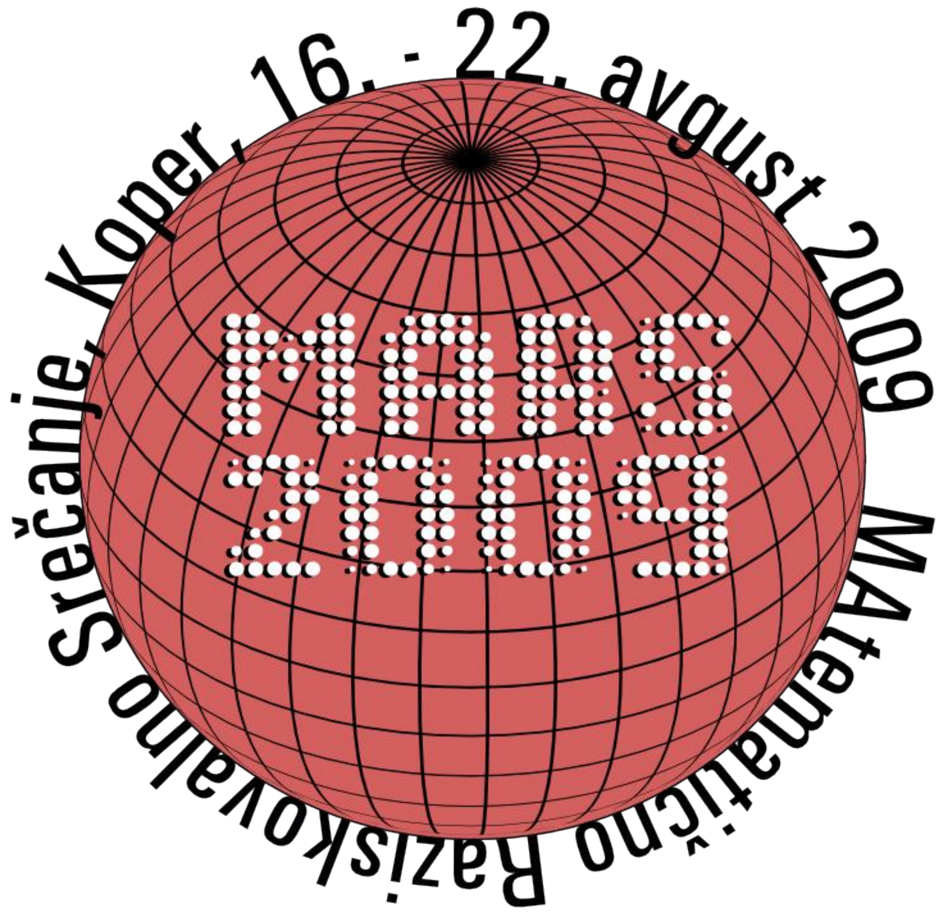


Zbornik projektov

http://mars.dmfa.si
http://mars.famnit.upr.si

dMFA
Univerza na Primorskem
Famnit
Fakulteta za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije Koper
REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA VISOKO ŠOLSTVO, ZNANOST IN TEHNOLOGIJO
ŠOU
V LJUBLJANI

Matematično raziskovalno srečanje

MARS 2009

Zbornik projektov

Uredil Boštjan Kuzman

DMFA Slovenije

Avgust 2009

MARS 2009 so omogočili

Ministrstvo za visoko šolstvo, znanost in tehnologijo RS
program Promocija znanosti 2008/09

Fakulteta za matematiko, naravoslovje in inf. tehnologije,
Univerza na Primorskem

Študentska organizacija Univerze v Ljubljani
program Obštudijske dejavnosti 2009.

Matematično raziskovalno srečanje MARS 2009 – Zbornik projektov

Uredil Boštjan Kuzman.

Grafično oblikovanje Boštjan Kuzman, Nino Bašić in avtorji projektov.
Jezikovni pregled Dejan Širaj.

V Kopru, avgusta 2009. Zadnji popravki: september 2009.

Vsebina


MARS
2009

Iz kapitanovega dnevnika

Naša odprava se je letos na MARS odpravila že četrtič zapored. Kaže, da bo naporno potovanje ponovno zelo uspešno, saj bomo domov prinesli vrsto zanimivih odkritij. Vedno znova me s svojo energijo, idejami, zagnanostjo in znanjem navdušujejo moji mladi sopotniki, ki si upajo tudi med poletnimi počitnicami odkrivati lepote matematičnega vesolja – kot pravi marsovci z drugega planeta.

Ne bi smel razmišljati o novem potovanju, dokler tekoče še ni zaključeno, a prepričan sem, da letošnje ni zadnje. Naša posadka je vse bolj uigrana in tudi zato se nekdanji, že izkušeni sopotniki radi vračajo med nas. Ko pišem te vrstice, marsovci zaključujejo pripravo predstavitev, člani posadke pa urejamo ta zbornik, spletno stran, fotoreportažo, pripravljamo družabni večer in načrtujemo zahtevno logistiko pristanka.

Vrnitev v zemeljsko atmosfero bo gotovo naporna. Upam, da bomo preživeli in da bomo lahko o naših odkritjih pripovedovali tudi drugim. Zdaj pa moram žal zaključiti pisanje. Hvala vsem, ki ste šli z nami ali nam pomagali na poti!

Vaš kapitan Boštjan

V Kopru, 21. avgusta 2009, ob 19.18.
Do pristanka še 16 ur in 42 minut.

Marsovska posadka 2009

Kapitan

As. mag. Boštjan Kuzman, UL PeF

Idejni vodja, dežurni urednik, blagajnik, vodilni GeoGeber, deklica za vse, umetniški glasbenik.

Kopilot

Nino Bašić, študent UL FMF

Spletmojster, TeXmaker, izumitelj izraza "fusnota", podporni član diskretne koalicije.

Kopilot

Uroš Kuzman, univ. dipl. mat.

Mladi raziskovalec na IMFM in UL FMF

Svetovalec pri projektu, marsovski avanturist, odgovorni izvajalec neumnosti, ljudski glasbenik.

Navigatorka

Maja Alif, študentka UL FMF

Tajnica, predstavnica za stike z logiko, odgovorna za nočno de žurstvo.

Častnik

Dejan Širaj, študent UL FMF

Svetovalec pri projektu, lektor, glavni analitik taroka, matematični idealist.

Častnik

David Gajser, študent UL FMF

Svetovalec pri projektu, popisovalec krivulj in ploskev, vodilni koreograf, borec za štajerske pravice.

Častnik

Gašper Zadnik, študent UL FMF

(Baje) svetovalec pri projektu, topološki optimist, vodilni marsovski pevec.

Urnik potovanja 2009

Nedelja, 16. avgust

17.00 – 21.00	*Prihod, namestitev, večerja, sprehod po Kopru*
21.00 – 23.00	*Vzlet - spoznavni večer (David Gajser, Dejan Širaj)*

Ponedeljek, 17. avgust

10.00 – 11.00	*Ogled filma Dimenzije (1. del)*
11.00 – 13.00	*Delavnica: GeoGebra (Boštjan Kuzman)*
13.00 – 14.00	*Kosilo*
15.00 – 17.00	*Delavnica: Eulerjeva karakteristika (Gašper Zadnik)*
17.00 – 18.30	*Delavnica: Logika in razvedrilna matematika (Maja Alif)*
19.00 – 20.00	*Večerja*
20.00 – 21.30	*Predavanje: Hanojski stolpi (dr. Sandi Klavžar)*

Torek, 18. avgust

09.00 – 10.00	*Ogled filma Dimenzije (2. del)*
10.00 – 12.00	*Delavnica: Krivulje (David Gajser)*
12.00 – 12.30	*Razdelitev projektov*
13.00 – 14.00	*Kosilo*
14.00 – 16.00	*Delo na projektih*
16.00 – 17.30	*Delavnica: LaTeX (Nino Bašić)*
17.30 – 19.00	*Predavanje: Bézierove krivulje (dr. Emil Žagar)*
19.00 – 20.00	*Večerja*
21.00 – 23.00	*Olimpijski večer (dijaške predstavitve):* *21. mednarodna računalniška olimpijada (M. Aleksandrov, Žiga Ham, Nace Hudobivnik, M. Leonardis)* *40. mednarodna fizikalna olimpijada (Filip Kozarski)* *7. mednarodna olimpijada v lingvistiki (Katja Klobas, Anja Komatar, Boris Mitrović)* *50. mednarodna matematična olimpijada (Matej Aleksandrov, Anja Komatar, Matjaž Leonardis)*

Sreda, 19. avgust

09.00 – 13.00	*Delo na projektih*
13.00 – 14.00	*Kosilo*
15.00 – 19.00	*Velika MARSovska pustolovščina (Uroš Kuzman, Maja Alif)*
19.00 – 20.00	*Večerja s prof. dr. Draganom Marušičem*
20.00 – 21.30	*Predavanje: Filogenetska drevesa (dr. Martin Milanič)*

Četrtek, 20. avgust

09.00 – 13.00	*Delo na projektih*
13.00 – 14.00	*Kosilo*
14.00 – 19.00	*Delo na projektih*
16.30 – 17.30	*Možnost udeležbe na predavanju v okviru Poletne šole finančne matematike na UP FAMNIT*
19.00 – 20.00	*Večerja*
20.00 – 24.00	*Delo na projektih*

Petek, 21. avgust

09.00 – 11.00	*Prosto / Delo na projektih*
11.00 – 13.30	*Ogled filma 21 – Razpad Las Vegasa*
13.30 – 15.00	*Kosilo*
15.00 – 16.15	*Predavanje: Teorija iger (dr. Aljaž Ule)*
16.15 – 19.00	*Prosto / Priprava predstavitve*
19.00 – 20.00	*Večerja*
21.00 – 24.00	*Zaključni družabni večer (David Gajser, Gašper Zadnik)*

Sobota, 22. avgust

09.00 – 12.00	*Prosto / Priprava predstavitve*
12.00 – 13.30	*Pristanek (zaključna predstavitev)*

Četrtek, 24. september (15. slovenski festival znanosti, Cankarjev dom, Ljubljana)

09.00 – 10.00	*Dimenzije (ogled filma)*
10.00 – 11.00	*Oblika tvojega vesolja (predstavitev marsovskih projektov dijakov)*
13.00 – 16.00	*Štirirazsežne pošasti (delavnica geometrijskih konstrukcij)*

Marsovska predavanja 2009

Namen MARSovskih predavanj je širjenje obzorij o vlogi matematike v sodobnem svetu. V obliki krajših zaključenih celot so na srednješolcem dostopen način predstavljeni zanimivi matematični problemi, delo raziskovalcev in uporaba matematike na različnih področjih znanosti in tehnologije. Med sodelujočimi predavatelji so tako mednarodno že uveljavljeni kot tudi obetavni mlajši raziskovalci z različnih ustanov.

Predavanja potekajo na Fakulteti za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije, Glagoljaška 9, in so odprta za širšo javnost.

Ponedeljek, 17. avgust 2009 ob 20.00

Problem Hanojskega stolpa

Prof. dr. Sandi Klavžar, UL FMF in UM FNM

Leta 1883 je znani francoski matematik Édouard Lucas objavil igro z naslovom Problem Hanojskega stolpa. Igra je kmalu postala zelo popularna, zagotovo je k temu prispevala mistična zgodba, ki problem povezuje s koncem sveta. Na predavanju bomo spoznali problem ter matematična orodja, s katerimi ga obravnavamo. Omenili bomo tudi, da je problem še vedno zelo aktualen in da matematike čaka še veliko raziskovalnega dela, da bi ga v celoti razumeli.

O predavatelju: *Sandi Klavžar je bil rojen leta 1962 v Ljubljani. Leta 1985 je diplomiral iz uporabne matematike, leta 1988 magistriral iz računalništva in informatike ter leta 1990 doktoriral iz matematike. Njegovo raziskovalno področje so diskretna matematika ter njene uporabe na drugih področjih. Sam in s soavtorji je objavil preko 150 znanstvenih člankov. Leta 2000 je skupaj z W. Imrichom objavil odmevno znanstveno monografijo Product Graphs (založba Wiley-Interscience, New York), leta 2008 pa skupaj z W. Imrichom in D. F. Rallom knjigo Topics in Graph Theory, (založba A K Peters, Wellesley, Massachusetts). Soorganiziral je številne mednarodne konference in bil vabljeni in plenarni predavatelj na mednarodnih konferencah v Tajvanu, Španiji, Avstriji, Češki, Indiji, Iranu, Kanadi, Nemčiji, Sloveniji, Španiji in Tajvanu. Leta 2000 je prejel Zoisovo priznanje za pomembne dosežke na področju teorije grafov, leta 2007 pa Zoisovo nagrado za vrhunske znanstvene in razvojne dosežke na področju matematike.*

Torek, 18. avgust 2009 ob 17.30

Bézierove krivulje

Doc. dr. Emil Žagar, UL FMF

Bézierove krivulje so eden izmed osnovnih gradnikov računalniško podprtega oblikovanja. Uporabljajo se na primer v avtomobilski, ladijski in letalski industriji, pomembne so pri krmiljenju robotov, računalniškem vodenju strojev in avtomatskem sledenju objektov. V okviru predavanja bomo spoznali osnovne pojme o Bézierovih krivuljah in nekaj njihovih najbolj zanimivih lastnosti. Pri računanju si bomo pomagali tudi z okoljem Matlab, enim najbolj cenjenih pripomočkov numerične matematike.

O predavatelju: *Emil Žagar je srednjo šolo obiskoval v Kočevju, študiral in doktoriral pa je na Fakulteti za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani, kjer je že vrsto let tudi zaposlen. Na različnih naravoslovnih in tehničnih fakultetah predava in vodi vaje iz matematičnih predmetov kot sta numerična matematika in matematično modeliranje. Raziskovalno se ukvarja predvsem s parametričnimi zlepki, aproksimacijo s posebnimi parametričnimi krivuljami, interpolacijskimi problemi v več dimenzijah in deloma tudi s problemi razpoznavanja vzorcev.*

Sreda, 19. avgust 2009 ob 20.00

Matematika v biologiji: iskanje popolnih filogenetskih dreves

Doc. dr. Martin Milanič, UP FAMNIT

Kako ugotoviti verodostojno zgodovino razvoja vrst, ki jih najdemo danes na našem planetu? S tem pomembnim vprašanjem se biologi ukvarjajo že vrsto let, strokovno pa mu pravijo "rekonstrukcija filogenetskih dreves". Poleg bioloških argumentov so za reševanje tega problema bistvenega pomena tudi dobri matematični modeli in računalniške rešitve. Na predavanju si bomo ogledali problem izgradnje posebej preprostih, t.i. popolnih filogenetskih dreves. Podali bomo njihovo matematično definicijo, se prepričali, da je dvojiških dreves zelo veliko, in si pogledali, kako učinkovito ugotoviti, ali za dane podatke obstaja popolno filogenetsko drevo.

O predavatelju: *Martin Milanič je gimnazijo obiskoval v Kopru. Po študiju uporabne matematike na FMF v Ljubljani je leta 2007 doktoriral na univerzi Rutgers (New Jersey, ZDA). Raziskovalno delo je nadaljeval na podoktorskem usposabljanju na univerzi v Bielefeldu (Nemčija), po več kot petih letih v tujini pa se je letos zaposlil na Univerzi na Primorskem. Nekdaj zelo uspešen udeleženec matematičnih tekmovanj se danes raziskovalno ukvarja predvsem s kombinatorično matematiko in teoretičnim računalništvom.*

Petek, 21. avgust 2009 ob 15.00

Teorija iger: matematika strateškega odločanja

Doc. dr. Aljaž Ule, Univerza v Amsterdamu in UP FAMNIT

Teorija iger je mlado področje matematike, ki opisuje in analizira odločanje v okoljih, kjer odločitve sprejema več posameznikov hkrati. Odločanje v takšnih "strateških okoljih" ni enostavno, saj mora vsak posameznik predvideti kako se bodo odločali njegovi nasprotniki. Kljub tej kompleksnosti pa je mogoče z enostavnimi matematičnimi postopki določiti odločanje vseh udeležencev. Za to presenetljivo ugotovitev je John Nash leta 1994 prejel Nobelovo nagrado za ekonomijo. V predavanju bomo spoznali nekaj osnovnih pojmov teorije iger ter enostavne modele pogajanja, tekmovanja, konfliktov, sodelovanja in investiranja.

O predavatelju: *Aljaž Ule je po srednji šoli v Ljubljani zaključil študij uporabne matematike na Univerzi v Ljubljani ter magistrski študij na Univerzi Twente na Nizozemskem. Doktoriral je leta 2005 na Fakulteti za Ekonomijo in Ekonometrijo Univerze v Amsterdamu, kjer je sedaj zaposlen kot docent in raziskovalec. Kot gostujoči raziskovalec je deloval na univerzah New York University, Caltech in Universita Autonoma de Barcelona. Od leta 2007 sodeluje z Univerzo na Primorskem, kjer na UP FAMNIT predava teorijo iger ter mikroekonomijo.*

Marsovske delavnice in druge strokovne aktivnosti 2009

Vzlet

Dejan Širaj, David Gajser

Potovanje na MARS bomo pričeli spoznavnim večerom v obliki kviza o udeležencih. Nagrade za najboljše bodo nadvse uporabne pri avtoštopu po galaksiji.

GeoGebra

Boštjan Kuzman

Naučili se bomo osnov dela s programom GeoGebra, ki na dinamičen način povezuje geometrijo in algebro. Ob tem bomo izbirali predvsem primere, ki imajo tudi zanimivo matematično ozadje: risanje kolesnice, linearne transformacije, inverzija, ...

Eulerjeva karakteristika

Gašper Zadnik

Spoznali bomo simplicialne komplekse, s katerimi matematiki opisujejo številne večrazsežne geometrijske objekte. Zanje bomo definirali Eulerjevo karakteristiko in si ogledali nekaj primerov njene uporabe v veji matematike, imenovani topologija.

Krivulje

David Gajser

Na delavnici se bomo spopadli s krivuljami. Pogledali bomo, kako jih podajamo eksplicitno, implicitno in parametrično. In kako bi krivulje podajali brez koordinatnega sistema?

Logika in razvedrilna matematika

Maja Alif

V sproščenem vzdušju vetra in valov se bomo z reševanjem nalog pripravljali na jesenski tekmovanji v logiki in razvedrilni matematiki.

LaTeX

Nino Bašić

Spoznali bomo osnove stavljenja matematičnih besedil v LaTeXu. Ogledali si bomo predvsem funkcije, ki jih bomo potrebovali pri pripravi MARSovskih člankov: stavljenje matematičnih formul in tabel, vstavljanje slik, osnove TikZ-ja, navajanje literature in podobno.

Ogled filma "Dimenzije"

Avtorji filma Jos Leys, Etienne Ghys in Aurelien Alvarez

Ogledali si bomo animirani matematični dokumentarec o večrazsežnih objektih in potovanju v četrto dimenzijo. Naslovi poglavij: Dimenzija 2, Dimenzija 3, Dimenzija 4, Kompleksna števila, Vlaknenje, Dokaz. Več na www.dimensions-math.org.

Olimpijski večer

Udeleženci letošnjih mednarodnih olimpijad v znanju

Ob čisto svežih fotografijah bomo skupaj podoživeli dogodivščine, vtise in izkušnje naših šampijonov:

- *21. mednarodna računalniška olimpijada, Bukarešta, Bolgarija*
  (Matej Aleksandrov, Žiga Ham, Nace Hudobivnik, Matjaž Leonardis),
- *7. mednarodna olimpijada v lingvistiki, Wroclaw, Poljska*
  (Katja Klobas, Anja Komatar, Boris Mitrović),
- *40. mednarodna fizikalna olimpijada, Merida, Mehika*
  (Filip Kozarski),
- *50. mednarodna matematična olimpijada, Bremen, Nemčija*
  (Matej Aleksandrov, Anja Komatar, Matjaž Leonardis).

Obisk Centra eksperimentov Koper

Tomo Umer

V Centru eksperimentov si bomo ogledali nekaj zabavnih fizikalnih eksperimentov. Naš gostitelj bo nekdanji MARSovec (generacija 2006), zdaj študent fizike na Univerzi v Trstu.

Velika MARSovska pustolovščina

Maja Alif, Uroš Kuzman

Za osvojitev cilja Velike MARSovske pustolovščine ne bo dovolj le znanje matematike. Udeleženci bodo morali do skrajnih mej preizkušati svojo iznajdljivost, vztrajnost, vzdržljivost in moštveni duh. Preživeli, če bo kakšen, bodo deležni velikega ugleda na MARSu in večerje v piceriji z dekanom UP FAMNIT. Na pot vzemite kopalke in brisačo.

Ogled filma "21 - Razpad Las Vegasa"

Kolosej Koper

Film Razpad Las Vegasa je hollywoodska interpretacija resnične zgodbe o skupini študentov matematike, ki je več let zapovrstjo s prefinjenimi metodami štetja in računanja uspešno goljufala največje igralnice.

Ogled filma je omogočila Fakulteta za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije Koper.

Pristanek

Vsi udeleženci

Na zaključni predstavitvi bomo rezultate celotedenskega raziskovanja matematičnega vesolja predstavili širši javnosti. Pripravili bomo tudi zbornik projektov, animirano uvodno špico in še nekaj presenečenj.

Predstavitev na Slovenskem festivalu znanosti

Vsi udeleženci

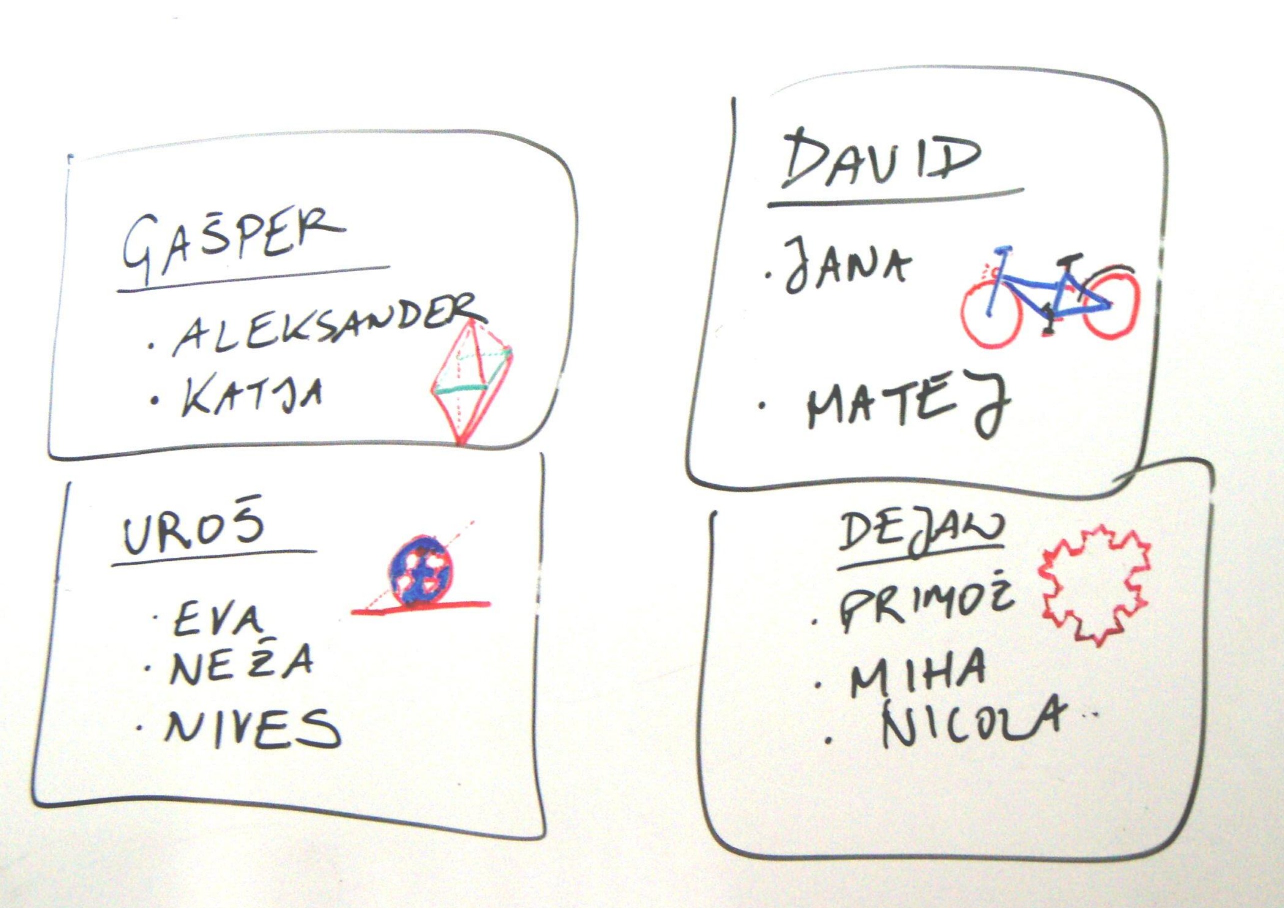
V Cankarjevem domu v Ljubljani bo od 22. do 24. septembra potekal Slovenski festival znanosti, v okviru katerega bomo pripravili še eno predstavitev letošnjih marsovskih projektov. Med občinstvom bodo tokrat tudi učenci in dijaki z različnih slovenskih šol. Po predstavitvi se bomo ob pijači in hrani še zadnjič skupaj analizirali letošnji Marsu in zbrali nekaj predlogov in idej za prihodnost.

Marsovski projekti 2009

Priprava marsovskih projektov je glavna naloga mladih raziskovalcev. Dijaki o izbrani temi s pomočjo izhodiščnih vprašanj in literature napišejo krajši članek in izdelajo interaktivni računalniški model, ki ga objavijo na spletni strani. Članek tudi ustrezno opremijo z matematičnimi formulami, grafi in raznovrstnimi skicami. Ob tem lahko uporabijo precej predznanja, pridobljenega v delavnicah.

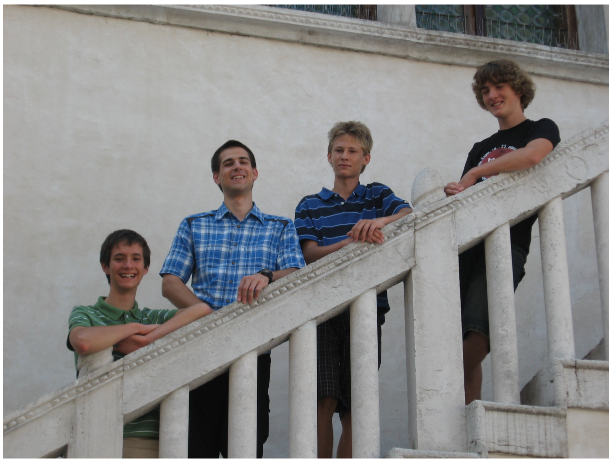
Vsako skupino ob njenem delu usmerja svetovalec, ki je običajno že izkušen študent matematike, dejansko vsebino projekta pa se prilagodi predznanju in interesom dijakov. Ob zaključku dijaki predstavijo projekte v živo na zaključni predstavitvi.

Letos smo pripravili štiri projekte z delovnimi naslovi Fraktali, Neevklidska geometrija, Eulerjeva karakteristika in Risanje kolesarja. Članki, ki so bili oblikovani v urejevalniku matematičnih besedil LaTeX, so zbrani na naslednjih straneh.



Ko neskončen obseg oklepa končno ploščino

Primož Mekuč (Zavod sv. Stanislava, Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana)
Nicola Pinzani (Licej Franceta Prešerna, Trst)
Mihael Simonič (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana)
Mentor: *Dejan Širaj* (Fakulteta za matematiko in fiziko UL)



Če si želimo nekaj podrobno pogledati, navadno uporabimo boljšo povečavo. Pa je sploh mogoče, da tudi pri poljubno veliki povečavi podrobnosti ne izginejo? V članku vas bomo prepričali, da taki objekti obstajajo. Še več, imajo tudi izredno zanimive lastnosti (necela dimenzija, neskončno dolga krivulja oklepa končno ploščino) in so presenetljivo uporabni, npr. za stiskanje fotografij.

1 Kaj so fraktali

Fraktali so *samopodobni* geometrijski objekti. To pomeni, da se vzorec ponavlja pri poljubno veliki ali majhni povečavi; povedano drugače, objekt je sestavljen iz (približno ali popolnoma enakih) kopij samega sebe. Fraktale torej lahko poljubno mnogokrat povečamo, podrobnosti pa se ohranjajo.

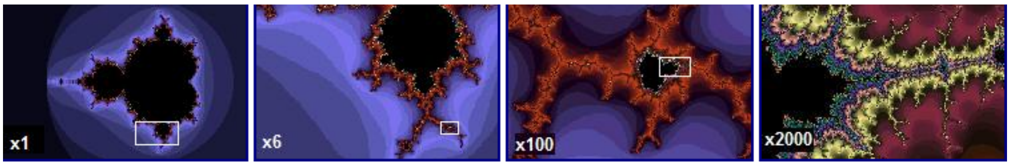
Poleg tega za fraktale veljajo še druge lastnosti:

- so preveč nepravilne oblike za opis z običajnimi geometrijskimi prijemi, čeprav so pogosto zelo simetrični;
- njihova fraktalna dimenzija je večja od topološke razsežnosti;
- so določeni rekurzivno.

Prvič je izraz *fraktal* uporabil Benoit Mandelbrot in izhaja iz latinske besede *fractus*, ki pomeni *nepravilen* oz. *razbit*.

2 Primeri v naravi

Fraktalna geometrija je matematična idealizacija. Fraktali v naravi so zapleteni, vendar jih ne moremo povečevati v neskončnost; razblinijo se najkasneje na velikostni stopnji



Slika 1: Primer sampodobnosti na *Mandelbrotovi množici* (Vir: `http://en.wikipedia.org/wiki/Fractal`)

atoma. Fraktali v matematiki so enolično določeni in se nikoli ne razblinijo, ne glede na to, kako od blizu jih gledamo.

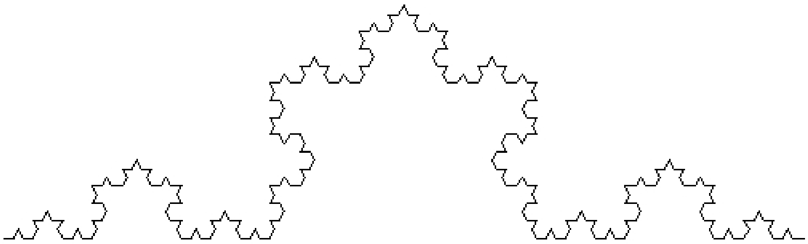
Med fraktale v naravi spadajo gore, oblaki, drevesa in grmi ter veliko drugih rastlin, na primer cvetača in praprot. Tudi brokolijevo obliko bi lahko označili kot fraktal; vsaka glavica je sestavljen iz niza manjših brstičev, urejenih v logaritemski spirali.

Slika 2: Fraktalna oblika brokolija (Vir: `http://en.wikipedia.org/wiki/Romanesco_broccoli`)

Obala je prav tako lep primer fraktala. Na zemljevidu je videti nezapletena. Tudi če jo na zemljevidu skušamo izmeriti z merilom v velikosti konice svinčnika, še pride do napak. Če se približamo, odkrijemo še dodatne podrobnosti (na primer manjše zalive in rtiče) in če vključimo še te zavoje, izmerjena dolžina obale močno naraste. Čim bolj podroben je zemljevid, tem daljša se zdi obala. Avstralska obala je odličen primer za razlago neskončnosti fraktalne črte.

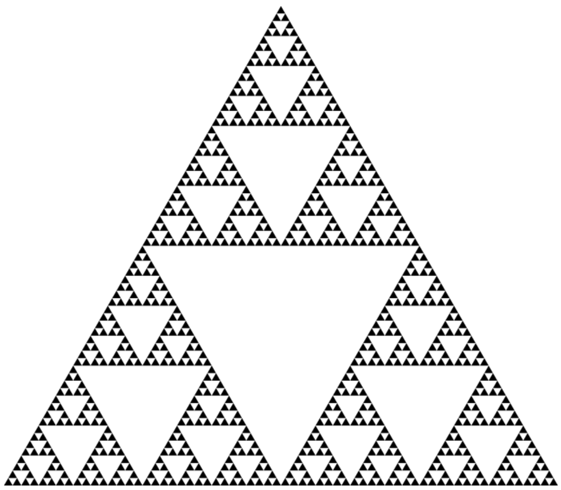
3 Primeri v matematiki

Kochova snežinka je eden prvih odkritih fraktalov. Leta 1904 jo je opisal Niels Fabian Helge von Koch v članku *O zvezni krivulji brez tangente, dobljeni z elementarno geometrijsko konstrukcijo.* Posebej zanimivo je to, da je njena dolžina neskončna, oklepa pa končno ploščino, kar bomo dokazali v naslednjem poglavju. Konstrukcija je sila preprosta. Za osnovo vzamemo enakostranični trikotnik s stranico a; nadalje vsako stranico razdelimo na tri enake dele, srednjega izbrišemo in nad njim narišemo dve stranici enakostraničnega trikotnika z dolžino stranice $a/3$ (tako dobimo šestkrako zvezdo) ter nato postopek ponavljamo na vsaki stranici neskončnokrat.



Slika 3: Manj znana Kochova krivulja, ki je enaka Kochovi snežinki, le da se namesto z enakostraničnim trikotnikom začne z daljico

Trikotnik Sierpinskega je fraktal, poimenovan po poljskem matematiku Wacławu Sierpińskem, ki ga je opisal leta 1915. Prvotno zgrajen kot krivulja je eden izmed osnovnih primerov matematično ustvarjenega vzorca, ki ga je mogoče reproducirati na kateri koli povečavi. Za osnovo si vzamemo trikotnik in povežemo razpolovišča stranic. Dobimo štiri trikotnike in srednjega odstranimo. Potem postopek ponovimo na vsakem trikotniku, ki ostane. Po neskončno mnogo korakih pridemo do trikotnika Sierpinskega, ki je brez ploščine (ploščino izračunamo po naslednji formuli: $p = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{3}{4}\right)^n = 0$, pri čemer je n število korakov).



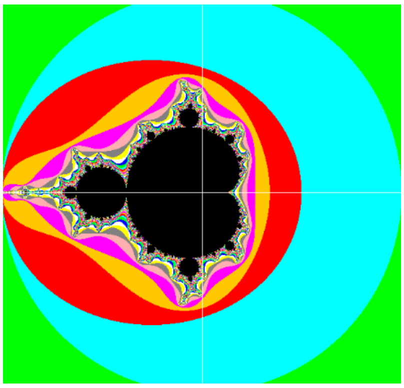
Slika 4: Trikotnik Sierpinskega (Vir: `http://en.wikipedia.org/wiki/Sierpinski_triangle`)

Cantorjeva množica je fraktal, ki ga je opisal nemški matematik Georg Ferdinand Cantor. Cantorjeva množica je določena z neprestanim odstranjevanjem srednje tretjine daljice. Začnemo z enotskim intervalom $[0, 1]$ in odstranimo njegovo srednjo tretjino. Ostane $[0, 1/3] \cup [2/3, 1]$. V neskončnem koraku odstranimo vse „srednje tretjine“ preostalih odsekov. Cantorjeva množica vsebuje vse točke iz intervala $[0, 1]$, ki jih nismo odstranili v tem neskončnem procesu.

Mandelbrotova množica je množica točk v kompleksni ravnini, poimenovana po francosko-ameriškem matematiku Benoîtu Mandelbrotu. Slika je dobljena z iteracijami kompleksne

Slika 5: Cantorjeva množica (Vir: http://en.wikipedia.org/wiki/Cantor_set)

kvadratne enačbe $z_n = z_{n-1}^2 + c$, pri čemer je z kompleksno število, n števec ponavljanj in c konstanta, izračunana za vsako točko posebej, ki določa barvo. Mandelbrotova množica je tesno povezana z Juliajevimi množicami, saj je iterativna[1] funkcija enaka. Vsaki točki v kompleksni ravnini ustreza ena Juliajeva množica. Tako lahko obravnavamo Mandelbrotovo množico kot indeks Juliajevih množic.



Slika 6: Mandelbrotova množica

4 Ko neskončen obseg oklepa končno ploščino

Prikličimo si v spomin Kochovo snežinko iz prejšnjega poglavja. Poglejmo si najprej njeno dolžino.

$$\begin{aligned} o_0 &= 3a \\ o_1 &= \tfrac{4}{3} \cdot 3a \\ o_2 &= \left(\tfrac{4}{3}\right)^2 \cdot 3a \\ &\cdots \\ o_n &= \left(\tfrac{4}{3}\right)^n \cdot 3a \end{aligned}$$

Dolžino seveda izračunamo tako, da naredimo limito dolžine na n-tem koraku:

$$o = \lim_{n\to\infty} o_n = \lim_{n\to\infty} \left(\left(\frac{4}{3}\right)^n \cdot 3a \right) = 3a \cdot \lim_{n\to\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^n = \infty$$

[1]Iteracija je računanje, pri katerem se ponavlja vstavljanje približnega rezultata, da se s tem približuje pravemu rezultatu.

Dolžina Kochove snežinke je neskončna, ker je faktor (tj. $\frac{4}{3}$), za katerega se poveča na vsakem koraku, večji od ena.

Ploščino bomo izračunali podobno. Najprej določimo nekaj začetnih ploščin, nato ploščino po n-ti iteraciji in nazadnje izračunamo limito:

$$
\begin{aligned}
p_0 &= \tfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 \\
p_1 &= \tfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 + 3\tfrac{\sqrt{3}}{4}\left(\tfrac{a}{3}\right)^2 \\
p_2 &= \tfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 + 3\tfrac{\sqrt{3}}{4}\left(\tfrac{a}{3}\right)^2 + 3\cdot 4\tfrac{\sqrt{3}}{4}\left(\tfrac{a}{3^2}\right)^2 \\
p_3 &= \tfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 + 3\tfrac{\sqrt{3}}{4}\left(\tfrac{a}{3}\right)^2 + 3\cdot 4\tfrac{\sqrt{3}}{4}\left(\tfrac{a}{3^2}\right)^2 + 3\cdot 4^2\tfrac{\sqrt{3}}{4}\left(\tfrac{a}{3^3}\right)^2 \\
&\dots \\
p_n &= \tfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 + 3\tfrac{\sqrt{3}}{4}\left(\tfrac{a}{3}\right)^2 + 3\cdot 4\tfrac{\sqrt{3}}{4}\left(\tfrac{a}{3^2}\right)^2 + 3\cdot 4^2\tfrac{\sqrt{3}}{4}\left(\tfrac{a}{3^3}\right)^2 + \ldots + 3\cdot 4^{n-1}\tfrac{\sqrt{3}}{4}\left(\tfrac{a}{3^n}\right)^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
p &= \lim_{n\to\infty} p_n \\
&= \tfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 + 3\cdot\tfrac{\sqrt{3}}{4}\left(\tfrac{a}{3}\right)^2 + 3\cdot 4\tfrac{\sqrt{3}}{4}\left(\tfrac{a}{3^2}\right)^2 + 3\cdot 4^2\left(\tfrac{\sqrt{3}}{4^3}\right)^2 + \ldots \\
&= \tfrac{\sqrt{3}}{4}a^2\left(1 + \tfrac{1}{3} + 4\cdot\tfrac{1}{3^3} + 4^2\cdot\tfrac{1}{3^5} + \ldots\right) \\
&= \tfrac{\sqrt{3}}{4}a^2\left(1 + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{3}\cdot\tfrac{4}{9} + \tfrac{1}{3}\cdot\left(\tfrac{4}{9}\right)^2 + \ldots\right) \\
&= \tfrac{\sqrt{3}}{4}a^2\left(1 + \tfrac{1}{3}\textstyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\tfrac{4}{9}\right)^n\right) = \tfrac{\sqrt{3}}{4}a^2\left(1 + \tfrac{1}{3}\cdot\tfrac{1}{1-\frac{4}{9}}\right) \\
&= \tfrac{\sqrt{3}}{4}a^2\left(1 + \tfrac{3}{5}\right) = \tfrac{2\sqrt{3}}{5}a^2
\end{aligned}
$$

Ploščina, ki jo oklepa Kochova snežinka, je končna, in sicer zaradi faktorja $\frac{4}{9}$ v geometrijski vrsti, ki je manjši od ena.

5 Fraktalna dimenzija

Naravno se zdi, da ima daljica dimenzijo 1, kvadrat 2 in kocka 3. Navadno nam dimenzija pomeni število neodvisnih smeri gibanja, ampak do dimenzije lahko pridemo tudi drugače. Če namreč skrčimo daljico, stranico kvadrata oz. stranico kocke npr. za faktor dva, daljica razpade na dva, kvadrat na štiri in kocka na osem enako velikih delov. Torej dimenzija predstavlja eksponent v naslednji formuli, kjer je r faktor povečave (angl. *scale factor*), N število enako velikih delov, na katere objekt razpade, d pa dimenzija:

$$N = r^d$$

Če iz te zveze izrazimo d, dobimo naslednjo formulo:

$$d = \frac{\ln(N)}{\ln(r)}$$

To formulo vzamemo za definicijo fraktalne dimenzije, ki je glede na zgornji razmislek zelo naravna, ni pa seveda nujno, da je fraktalna dimenzija célo število.

Sedaj pa si oglejmo še nekaj praktičnih primerov. Izračunajmo fraktalne dimenzije fraktalov iz poglavja *Primeri v matematiki*. Vzemimo, da meri dolžina stranice Kochove snežinke pred prvo iteracijo 1 enoto; po njej razpade na 4 dele, stranica pa meri $\frac{1}{3}$ enote, kar pomeni, da je faktor povečave (da iz manjšega dobimo večji del) enak 3. Če te podatke vstavimo v formulo, dobimo:

$$d = \frac{\ln(4)}{\ln(3)} \doteq 1.2619$$

Kot drugi zgled si poglejmo Cantorjevo množico. Ko odvzamemo srednji del, ostaneta še dva kosa, faktor povečave pa je enak 3, torej je fraktalna dimezija enaka:

$$d = \frac{\ln(2)}{\ln(3)} \doteq 0.6309$$

Podobno trikotnik Sierpinskega po prvi iteraciji razpade na 3 dele. Če želimo posamezen kos povečati na velikost prvotnega, uporabimo faktor povečave 2. Iz tega sledi, da je fraktalna dimenzija trikotnika Sierpinskega:

$$d = \frac{\ln(3)}{\ln(2)} \doteq 1.5850$$

Literatura

[1] Sodelavci Wikipedije: *Fractal* [Internet]. Wikipedia, The Free Encyclopedia. [Citirano: 19. avgust 2009.] Dostopno na: `http://en.wikipedia.org/wiki/Fractal`.

[2] Sodelavci Wikipedije: *Sierpinski triangle* [Internet]. Wikipedia, The Free Encyclopedia. [Citirano: 19. avgust 2009.] Dostopno na: `http://en.wikipedia.org/wiki/Sierpinski_triangle`.

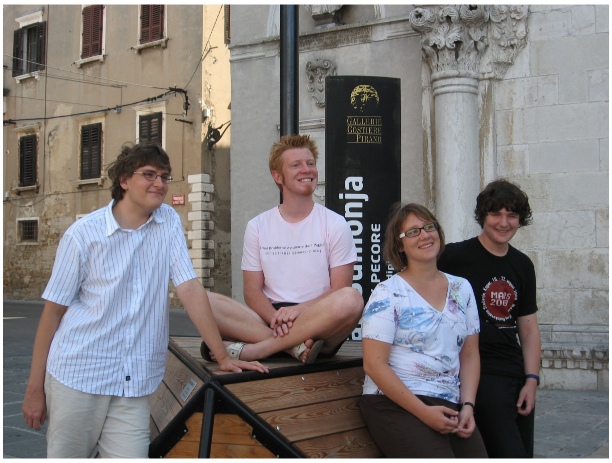
[3] *Fractals and the Fractal Dimension* [Internet]. [Citirano: 19. avgust 2009.] Dostopno na: `http://www.vanderbilt.edu/AnS/psychology/cogsci/chaos/workshop/Fractals.html`.

[4] *Fractal Dimension* [Internet]. [Citirano: 19. avgust 2009.] Dostopno na: `http://math.bu.edu/DYSYS/chaos-game/node6.html`.

[5] I. Stewart: *Kakšne oblike je snežinka? Vzorci v naravi.* Didakta, Radovljica, 2003.

Eulerjeva karakteristika torusa

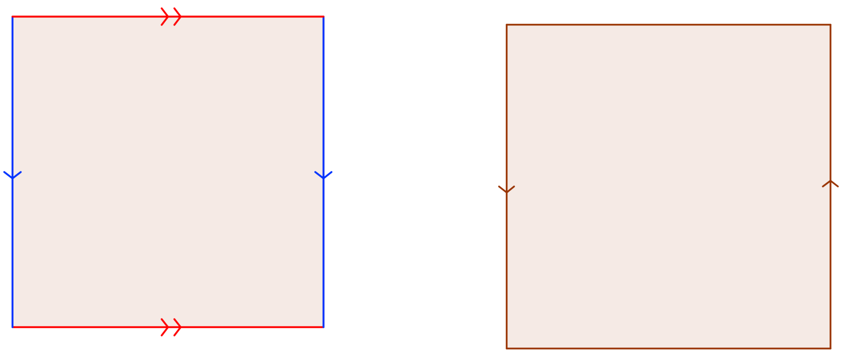
Katja Klobas (Gimnazija Koper)
Matjaž Leonardis (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana)
Aleksander Simonič (Gimnazija Ledina, Ljubljana)
Mentor: *Gašper Zadnik* (Fakulteta za matematiko in fiziko UL)



Naša MARSovska pustolovščina je bila usmerjena v raziskovanje torusa. Spoznali smo orodje, imenovano Eulerjeva karakteristika, ki nam je omogočalo brez dejanskega pogleda na ploskev določiti, koliko „lukenj" ima. Naučili smo se tudi predstaviti toruse kot večkotnike, v katerih smo identificirali nekatere stranice.

1 Oznake in definicije

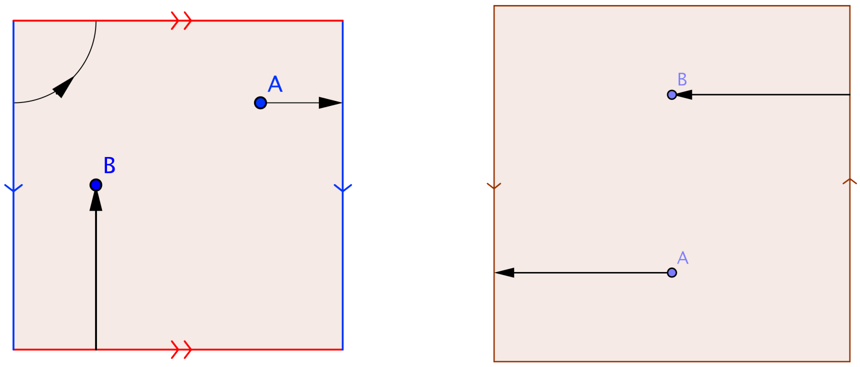
V tem članku bomo obravnavali sklenjene ploskve in ploskve z robom. Določali jim bomo Eulerjevo karakteristiko, to je celo število, ki ga bomo definirali kasneje. Ploskve bomo prikazali z razrezi, s pomočjo katerih bomo tudi določili Eulerjevo karakteristiko.



(a) Torus (b) Möbiusov trak

Slika 1: Dvorazsežni celici ploskev

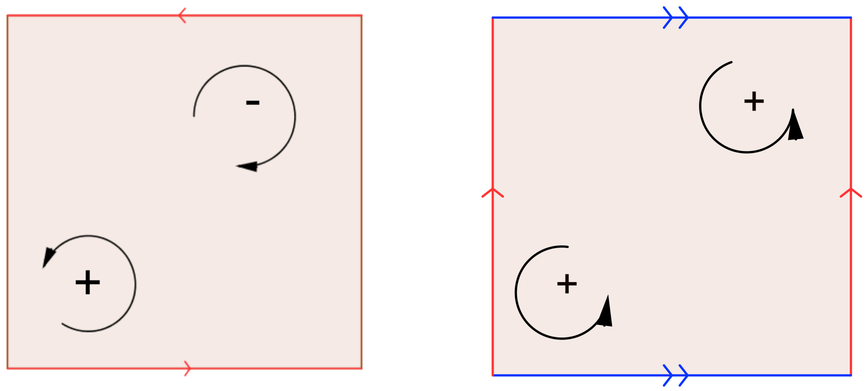
Robove štirikotnikov na sliki 1 zlepimo tako, da se puščice z istimi oznakami ujemajo. Če na robu celice ni puščice, ta ostane rob. Robova iste oznake štejemo za en rob. Število 0-celic (točk) ni enako številu oglišč štirikotnika. Vsa oglišča, ki se pri zlepljanju združijo v eno točko, obravnavamo kot eno 0-celico.



(a) Pot točke na torusu (b) Pot točke na Möbiusovem traku

Slika 2: Premikanje točke po ploskvi

Torus dobimo tako, da zlepimo nasprotne robove dvorazsežne celice (ploskvice). Če bo torej točka potovala proti levi, se bo po prehodu levega roba ploskvice pojavila na desni (slika 2(a)). Seveda tukaj ne moremo več govoriti o robovih, ker stranice štirikotnika pri lepljenju izgubimo. Podobno se bo zgodilo pri Möbiusovem traku z enim parom nasprotnih stranic štirikotnika (slika 2(b)).



Slika 3: Orientacija puščice se na Möbiusovem traku spreminja, na torusu pa ne

Oglejmo si še orientacijo ploskev. Na sliki 3 je prikazana orientacijska puščica. Predstavljajmo si, da se puščica premika znotraj ploskvice. Translacija in rotacija ne vplivata na orientacijo. Ko puščico zapeljemo preko roba, se ta pojavi na naslednjem robu z isto oznako, pri čemer je pomembna usmeritev roba. Tako se pri Möbiusovem traku pri prehodu roba orientacijska puščica obrne, na torusu pa ne.

Orientabilna ploskev je tista, kjer ne obstaja taka pot, da bi se puščica vrnila na začetno mesto z nasprotno orientacijo (kot na sliki 3(b)). V nasprotnem primeru je ploskev neorientabilna (slika 3(a)).

χ	orientabilna	neorientabilna
2	S^2	
1		P^2
0	T^2	$P^2 \# P^2$
-1		$P^2 \# P^2 \# P^2$
-2	$T^2 \# T^2$	
-3		
-4	$T^2 \# T^2 \# T^2$	
-5	...	

Tabela 1: Nekatere možne (ne)orientabilne ploskve in njihova karakteristika

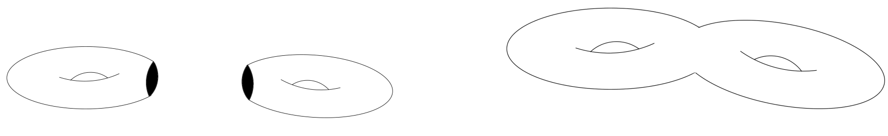
Sedaj smo pripravljeni na definicijo *Eulerjeve karakteristike.* To je celo število, odvisno od števila oglišč (o), robov (r) in ploskvic (p) razreza. Označujemo ga z grško črko χ in ga izračunamo po formuli:

$$\chi = o - r + p$$

Eulerjeva karakteristika je neodvisna od razreza ploskve na celice (tj. pri različnih razrezih iste ploskve dobimo enako Eulerjevo karakteristiko).

Izkaže se, da Eulerjeva karakteristika in (ne)orientabilnost enolično določata topologijo sklenjene ploskve (tabela 1)[1].

2 Torusi



(a) Torusa z luknjama (b) 2-torus

Slika 4: Sestavljanje dveh torusov v 2-torus

Iz torusa lahko izrežemo disk, nastalo ploskev imenujemo torus z luknjo (slika 4(a)). V tem primeru dobimo en nov rob, torej je $o = 1$, $r = 3$ in $p = 1$, zato je Eulerjeva karakteristika enaka:

$$\chi = o - r + p = 1 - 3 + 1 = -1$$

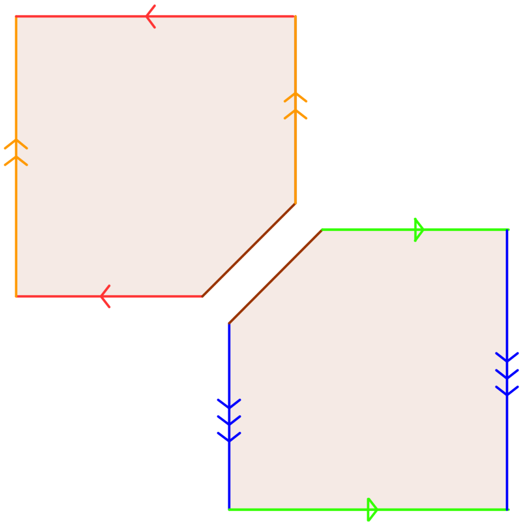
Dva torusa z luknjama lahko med sabo zlepimo po novonastalem robu, tako da spet dobimo sklenjeno ploskev. To operacijo imenujemo povezana vsota in jo označujemo z znakom #. Nastalo ploskev imenujemo dvojni torus (slika 4(b)).

Postopek lahko prikažemo tudi s celicami (slika 2).

Eulerjeva karakteristika 2-torusa je enaka:

$$\chi(T^2 \# T^2) = o - r + p = 1 - 4 + 1 = -2$$

[1] Eulerjeva karakteristika določa tudi geometrijo ploskve.



Slika 5: Torusa z luknjama

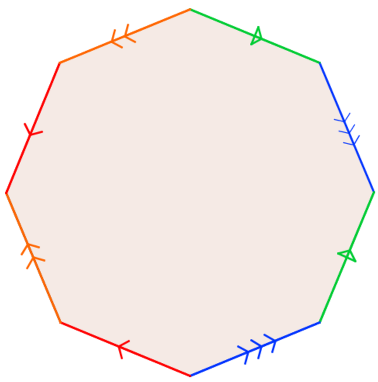
To lahko nadaljujemo do n-torusa. Število oglišč se ne spreminja, ker ima vsak nov torus z luknjo eno oglišče, ki se zlepi s prejšnjim. Prav tako ostaja število ploskvic 1. Spreminja se le število robov, ki pa se v vsakem koraku poveča za 2, ker ima vsak nov torus 3 robove, od katerih se eden (rob luknje) zlepi z robom luknje, ki jo naredimo pred zlepljanjem na prejšnjem. Pri n-torusu imamo tako $o = 1$, $r = 2n$ in $p = 1$. Eulerjeva karakteristika n-torusa je tako:

$$\chi(nT^2) = o - r + p = 1 - 2n + 1 = 2 - 2n$$

Opazimo, da je $\chi(nT^2)$ vedno nepozitivno sodo število.

Če imamo podano Eulerjevo karakteristiko, ki zadostuje tem pogojem, in vemo, da je ploskev sklenjena in orientabilna, lahko izračunamo, za kakšen n-torus gre.

$$n = \frac{2 - \chi(nT^2)}{2}$$



Slika 6: 2-torus

S tem smo tudi razložili prvi stolpec tabele.

Literatura

[1] J. R. Weeks: *Oblika prostora*. DMFA, Ljubljana, 1998.

[2] Wolfram Demonstrations Project: *Surface Morphing* [Internet]. [Citirano: 19. avgust 2009.] Dostopno na: `http://demonstrations.wolfram.com/SurfaceMorphing/`.

[3] Wolfram Demonstrations Project: *Between Sphere and Torus* [Internet]. [Citirano: 19. avgust 2009.] Dostopno na: `http://demonstrations.wolfram.com/BetweenSphereAndTorus/`.

Kako narisati bicikl

Matej Roškarič (Srednja elektro-računalniška šola, Maribor)
Jana Vidrih (Gimnazija Ptuj)
Mentor: *David Gajser* (Fakulteta za matematiko in fiziko UL)

Kolo vsi poznamo. Ima dve kolesi, ogrodje, pedala, zvonec, luč in odsevnike, ima zavore ter še marsikaj drugega. Sestavne dele lahko opišemo tudi matematično. Izbrali smo si nekaj enostavnih primerov. Parametrizirali smo valj, ki predstavlja ogrodje, torus kot zračnico in paraboloid, sprednjo luč. Prav tako smo pogledali, kakšno krivuljo opiše odsevnik na zadnjem kolesu in točka na obodu kolesa. Vse skupaj smo začinili še z zanimivo, poučno in matematike polno animacijo.

1 Cikloida

Vzemimo, da se kolo (krožnica) s polmerom r brez drsenja kotali po ravni podlagi. Pri tem točka na obodu kolesa opiše krivuljo, ki ji rečemo cikloida. Njena enačba je parametrično podana z $x(t) = r(t - \sin t)$, $y(t) = r(1 - \cos t)$.

Slika 1: Cikloida

Krivulja, ki jo opiše odsevnik na zadnjem kolesu, pa izgleda takole:

Slika 2: Krivulja odsevnika

2 Ploskve pri kolesu

Kot smo povedali že v uvodu, na kolesu najdemo veliko enostavnih ploskev, kot so: valj, torus in paraboloid. Vse te ploskve so tudi rotacijske, kar pomeni, da jih dobimo z rotacijo krivulje okoli dane osi.

2.1 Splošno o ploskvah

Ploskve lahko podamo implicitno, eksplicitno ali parametrično. Poglejmo si zapise na dveh enostavnih primerih: krogli in ravnini.

- IMPLICITNO
  Ploskev implicitno podamo s predpisom $h(x, y, z) = 0$.
  Krogla: $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.
  Ravnina x-y: $z = 0$.

- EKSPLICITNO
  Ploskev eksplicitno podamo s funkcijo $f(x, y)$. Za točke na naši ploskvi potem velja $z = f(x, y)$.
  Krogle tako ne moremo podati, saj je pri eksplicitno podani ploskvi z z x in y enolično določen, kar pa ne velja za kroglo. Zapišemo lahko le polsferi: $z = \pm\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$.
  Ravnina x-y: $f(x, y) \equiv 0$.

- PARAMETRIČNO
  Ploskev parametrično podamo s funkcijami $x(t_1, t_2)$, $y(t_1, t_1)$, $z(t_1, t_2)$.
  Krogla: $(R \cos t_1 \cos t_2, R \cos t_1 \sin t_2, R \sin t_1)$.
  Ravnina x-y: $(t_1, t_2, 0)$.

Za lažjo predstavo ploskve si pogosto pomagamo s koordinatnimi krivuljami:

Definicija. *Naj bo parametrizacija podana z $x(t_1, t_2)$, $y(t_1, t_2)$, $z(t_1, t_2)$. Potem so* koordinatne krivulje *tiste krivulje na ploskvi, na katerih je eden izmed parametrov konstanten.*

Na primeru sfere, parametrizirane kot zgoraj, za koordinatne krivulje tako dobimo vzporednike in poldnevnike, saj t_1 in t_2 predstavljata zemljepisno širino in dolžino. Pri konstantnem t_1 dobimo vzporednike, pri konstantnem t_2 pa poldnevnike.

V zgoraj parametrizirani x-y ravnini so koordinatne krivulje kar vzporednice z x in y osjo.

2.2 Rotacijske ploskve

Rotacijska ploskev je ploskev, ki jo dobimo z rotacijo krivulje v x-z ravnini okoli z-osi. Če je krivulja v x-z ravnini podana z $(x(t_1), z(t_1))$, je parametrični zapis rotacijske ploskve naslednji: $(x(t_1)\cos t_2, x(t_1)\sin t_2, z(t_1))$

Izrek. *Koordinatne krivulje na rotacijski ploskvi pri konstantnem parametru t_1 so krožnice s središčem na z-osi in polmerom $x(t_1)$, ki so vzporedne x-y ravnini.*

Dokaz. Pri konstantnem t_1 je tudi z-koordinata konstantna. Torej je koordinatna krivulja vzporedna x-y ravnini. $(x(t_1)\cos t_2, x(t_1)\sin t_2)$ pa je ravno parametrično podana krožnica s središčem $(0, 0)$ in polmerom $x(t_1)$. □

Parametrizirajmo še ploskve kolesa:

- TORUS – zračnica: $((R\cos t_1 + a)\cos t_2, (R\cos t_1 + a)\sin t_2, R\sin t_2)$
  Dobimo ga z rotacijo premaknjene krožnice.
- VALJ – ogrodje kolesa: $(a\cos t_2, a\sin t_2, t_1)$
  Dobimo ga z rotacijo premice, vzporedne z-osi.
- PARABOLOID – luč: $(t_1\cos t_2, t_1\sin t_2, t_1^2)$
  Dobimo ga z rotacijo parabole.

3 Konstrukcija kolesa v GeoGebri

S pomočjo računalniškega programa GeoGebra, ki združuje algebro in geometrijo, smo ustvarili model kolesa, ki se premika po premici.

Celotno kolo je sestavljeno iz različnih matematičnih objektov. Definirane so le tri neodvisne spremenljivke: prestava kolesa (p), kot zasuka prednjega zobnika (α) in polmer kolesa (R). Ohišje kolesa je sestavljeno iz mnogokotnikov, kolesa so krožnice, uporabili smo tudi parabolo za obliko luči in pravilni šestkotnik za zobnik. Hitrost vrtenja obeh koles je odvisna od kota α in prestave p. Ko se sprednji zobnik zasuče za α, se kolesi zasučeta za $p \cdot \alpha$. Ker kolo ne udrsava, se pri tem premakne za $R \cdot \alpha \cdot p$.

V animaciji smo narisali tudi sonce in oblak. Za primerno hitro spreminjanje teh dveh objektov smo uporabili funkcijo sinus. Zakaj? Je omejena in periodična funkcija. Periodo enostavno spreminjamo s koeficientom k, amplitudo pa s koeficientom A v $A \cdot \sin(k \cdot \alpha)$.

Literatura

[1] M. Razpet: *Ravninske krivulje.* DMFA, Ljubljana, 1998.

Pogled skozi Ne-evklidova očala

Eva Breznik (I. gimnazija v Celju)
Nives Naraglav (Gimnazija Koper)
Neža Žager Korenjak (I. gimnazija v Celju)
Mentor: *Uroš Kuzman* (mladi raziskovalec pri IMFM in FMF UL)

Ob besedi premica *si vsakdo predstavlja ravno neomejeno črto skozi dve točki. Kaj pa, če bi bila črta ukrivljena? Si znamo to še vedno predstavljati kot premico? V nam najbolj naravni geometriji je tako vprašanje nesmiselno. Lahko pa zapustimo okvire običajne (evklidske) geometrije in se podamo v drugačen svet – v neevklidsko geometrijo. Najprej pa moramo razumeti, kaj sploh je geometrija.*

Temelje evklidske geometrije je postavil grški matematik Evklid že okoli leta 300 pr. n. št. tako, da je določil pet *aksiomov* – temeljnih resnic:

A1: Skozi poljubni dve točki poteka točno ena premica.
A2: Premica je neomejena – lahko jo podaljšamo v neskončnost.
A3: Za katerokoli daljico obstaja krožnica, ki ima to daljico za polmer in eno od krajišč za središče.
A4: Vsi pravi koti so med sabo skladni.
A5: Skozi poljubno točko T, ki ne leži na premici p, poteka natanko ena vzporednica k premici p.

Geometrija je torej nabor matematičnih objektov, ki zadoščajo tem aksiomom. Najbolj poseben izmed njih je peti aksiom, ki govori o vzporednici (premica, ki ne seka dane premice); skozi vso zgodovino so se porajali dvomi – ali se ga da izpeljati iz ostalih štirih? Ali torej sploh je aksiom oziroma ali obstaja geometrija v kateri ta aksiom ne drži? Vprašanje, za nekatere nesmiselno, je burilo matematične ume dobri dve tisočletji, nato pa je bilo ugotovljeno, da ga vendarle ne moremo izpustiti. Odkriti so bili modeli tako imenovanih neevklidskih geometrij, za katere omenjeni aksiom ne drži. Le-ti so se uveljavili v 19. stol. predvsem zaradi potrebe po predstavljanju objektov v 3-razsežnem in 4-razsežnem prostor sočasno z razvojem relativnostne teorije, ukrivljene geometrije prostor-časa in raziskovanjem geometrije vesolja.

Neevklidska geometrija je abstraktna že zaradi predstave, ki geometrijskemu pojmu premica priredi ukrivljene črte, sklenjene krožnice ali preprosto objekte, ki jih nikakor nismo vajeni v tej vlogi. Najlažje si to predstavljamo s črto, ki se nam na Zemlji zdi ravna; če pa jo pogledamo iz vesolja, vidimo, da se ukrivlja po Zemljini sferi. To je ogled, ki ga gotovo niso bili vajeni v Evklidovih časih. Kot premice se v neevklidski geometriji spremenijo, vsaj za naše evklidske oči, tudi oblike osnovnih objektov (npr. daljice, razdalje, krožnice, koti, ...).

Sferična geometrija

[1]**A5:** Skozi točko T, ki ne leži na premici p, ne poteka nobena vzporednica k dani premici p.

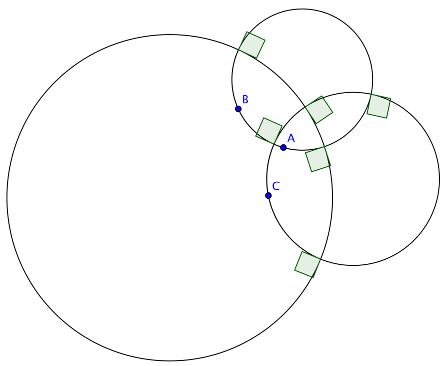
Model te geometrije je sfera, kjer je premica vsaka najdaljša možna krožnica na sferi, ki ima središče skupno s sfero. Uporablja se za načrtovanje najkrajših letalskih poletov. Na navadnem zemljevidu se zato leti zdijo ukrivljeni, a so vseeno najkrajše možne razdalje med dvema mestoma!

Vir: `http://www.ipod.org.uk/reality/reality_chalk_globe.gif`.

Hiperbolična geometrija

[1]**A5:** Skozi poljubno točko T, ki ne leži na premici p, poteka več kot ena vzporednica k premici p.

Obstaja več modelov hiperbolične geometrije; glavni utemeljitelj je Eugenio Beltrami, najpreprostejši model pa je Poincaréjev disk. Ravnino predstavlja enotski disk, kjer so premice in krožni loki v običajni geometriji pravokotni na modelni disk. Tekstura prostor-časa je ukrivljena, zato ima vesolje hiperbolično geometrijo.

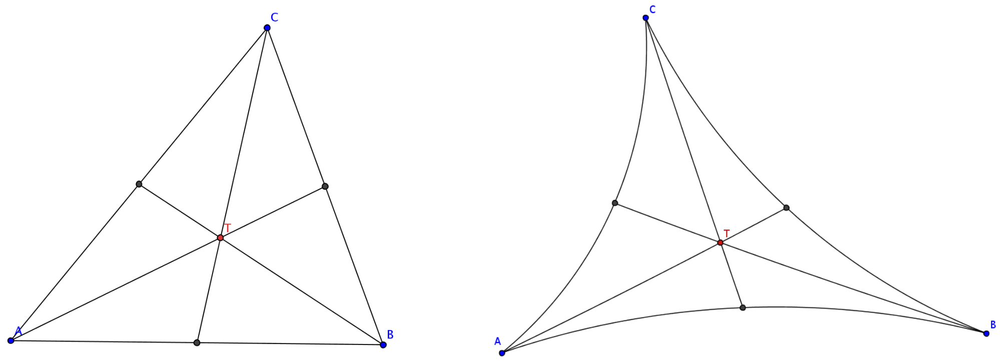


Z aksiomi v geometriji dokazujemo trditve in izreke. Ker so prvi štirje aksiomi v evklidski in neevklidski geometriji enaki, veljajo vsi dokazi, porojeni le s temi aksiomi, tudi v neevklidskih geometrijah. Tako se na primer težiščnice trikotnika sekajo v eni točki tudi v hiperbolični geometriji.

Na drugi strani dokazov, v katerih je uporabljen peti aksiom, ne moremo uporabiti v neevklidskih geometrijah. Tako najdemo lastnosti, ki ne držijo več, ko zapustimo okvire evklidske geometrije. Lep zgled je vsota notranjih kotov trikotnika, ki je v običajni geometriji enaka $180°$, v hiperbolični manjša, v eliptični pa večja od te vrednosti.

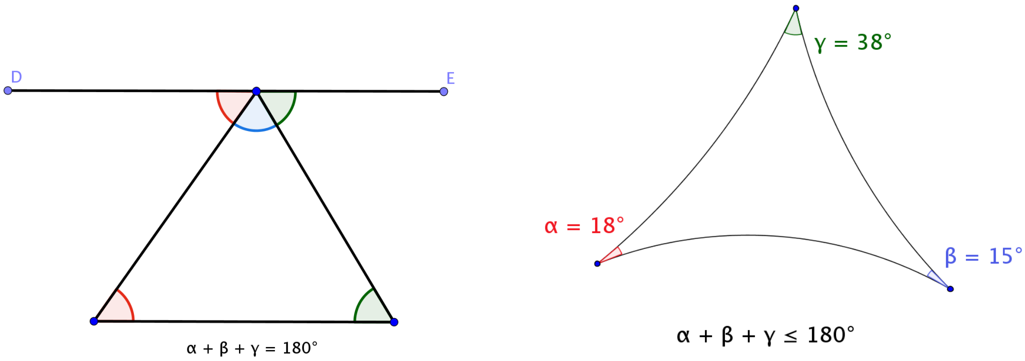
Ideja, da je moč zapustiti okvire običajnega, nam naravnega geometrijskega sveta, se je skozi čas zdela nepojemljiva, kot tudi verjetno nekdaj težko dojemljiva resnica, da Zemlja ni le ravna plošča. A človekov um ne pozna meja. Zemlja je osvojena, čaka nas vesolje!

[1]Sferično in hiperbolično geometrijo definiramo s pomočjo prvih 4 aksiomov Evklidske geometrije in spremenjenega petega aksioma.



(a) Evklidska geometrija (b) Neevklidska geometrija

Slika 1: Težiščnice trikotnika se sekajo v eni točki



(a) Evklidska geometrija (b) Neevklidska geometrija

Slika 2: Vsota notranjih kotov v trikotniku

Literatura

[1] J. Castellanos: What is Non-Euclidean Geometry [Internet]. [Citirano: 19. avgust 2009.] Dostopno na: `http://www.cs.unm.edu/~joel/NonEuclid/exercise.html`.

[2] Sodelavci Wikipedije: *Non-Euclidean geometry* [Internet]. Wikipedia, The Free Encyclopedia. [Citirano: 19. avgust 2009.] Dostopno na: `http://en.wikipedia.org/wiki/Noneuclidean_geometry`.

[3] J. R. Weeks: *Oblika prostora*. DMFA, Ljubljana, 1998.

[4] H. S. M. Coxeter: *Introduction to geometry*. Wiley Classic Library, 1989.

[5] L. Shin-Hahn: *Complex numbers in geometry*. American Association of America Textbooks, 1994.

Skrivni dnevnik neke marsovke

Nedelja, 1.dan

Ko smo se zbirali v Dijaškem domu Koper, marsikdo še ni vedel, v kaj se podaja. Nekateri tudi niso vedeli, kako do sem. Našel se je nekdo, ki je v Ljubljani na železniški postaji iskal vlak za Mars, a je ugotovil, da ga je očitno že zamudil in zato prišel z naslednjim vlakom le do Kopra. Tako se je začenjal MARS 2009.

Prišlo je veliko novih obrazov, eni zaskrbljeni, drugi veseli snidenja s starimi znanci. Vsak udeleženec je dobil paket presenečenja, ki je vseboval MARSovsko majico, knjigo Oblika prostora, reviji Logika in Presek, čokoladico MARS ...

Uradno smo Vzleteli ob 9. uri zvečer. Imeli smo spoznavni večer s kvizom, boj je bil zelo tesen, vprašanja pa sploh ne enostavna; kdo je že jedel kenguruja, kdo bo naslednji teden skočil s padalom in le kako je možno, da nekdo s pivsko majico ne mara gledati športa po televiziji?

Hvalnico smo nazadnje zapeli ekipi Pri-Mat-Al, ki je dosegla zadnjo, zmagovalno točko. Ozračje se je sprostilo in ob igranju družabnih iger pozno v noč smo se hitro spoprijateljili. MARSovci pa ne bi bili pravi matematiki, Če ne bi Aleksander, David in Dejan medtem izračunali matematičnega upanja (oziroma povprečno vrednost) za število iger, ko nekdo napove škis partijo pri taroku (rezultat je približno 2,64).

Ponedeljek, 2. dan

Prvi delovni dan. Začeli smo ga z ogledom prve polovice filma Dimenzije, v katerem smo spoznali nekaj novih pojmov, povezanih z našim nadaljnjim raziskovanjem. Nato nam je Boštjan predstavil GeoGebro, računalniški program za dinamično geometrijo. Po osvojenih osnovah smo za konec narisali vrteči se kolesi, konstrukcijo celega "bicikla" pa prepustili v izziv Davidovi projektni skupini.

Po kosilu smo prisluhnili zanimivi delavnici o Eulerjevi karakteristiki, simpleksih... Zveni napeto, kaj? Ampak ni nič strašnega, prisežem. :)

Sprostiti smo se šli na koprsko mestno plažo, po kopanju in reševanju sudokujev ter drugih razvedrilnih nalog pa smo se vrnili v dom na večerjo. Potem nam je dr. Sandi Klavžar predaval o hanojskih stolpih in matematičnih orodjih, s katerimi ta problem obravnavamo. Izračunali smo tudi, kdaj bo konec sveta.

Brez skrbi, doletelo ne bo niti vas niti vaših prapravnukov, saj se bo to zgodilo šele čez 570,842 milijard let. Družabni večer se je zaradi Spletk, Naseljencev in taroka spet zavlekel pozno v noč.

Torek, 3. dan

V torkovem jutru smo si ogledali še preostanek Dimenzij. Sledila je delavnica o krivuljah, kjer smo se na primer naučili tudi to, kako z enačbo opisati krožnico ali kvadrat. Pred kosilom smo se razdelili še v projektne skupine, popoldan pa se je že začelo skupinsko delo.

Zatem nam je Nino povedal nekaj o LaTeXu, urejevalniku besedila, ki je posebej pripraven za pisanje matematičnih tekstov. Sledilo je predavanje o Bézierovih krivuljah. Z njihovo pomočjo se danes izdeluje večina animacij (npr. Ledena doba, Geri's Game...).

Že popoldan se nam je pridružilo kar nekaj nekdanjih MARSovcev, večina od njih je letos sodelovala na kakšni mednarodni olimpijadi (fizikalni, matematični, lingvistični, računalniški), nekateri celo na treh! O svojih doživetjih so nam pripovedovali na Olimpijskem večeru, mi pa smo z mislimi potovali z njimi v Mehiko, Bolgarijo... Žal skoraj nihče izmed njih ni mogel ostati z nami do naslednjega dne, zato smo sami spet začeli - igrati Naseljence na otoku Catan, seveda.

Sreda, 4. dan

Sredino dopoldne - delo na projektih. Vsaka skupina se je poglabljala v svojo temo, tuhtala, kaj napisati v članek, kako izdelati aplikacije ... Popoldan pa oddih - Velika MARSovska avantura! Pot se je začela v Centru eksperimentov, za navodila do vsake naslednje kontrolne točke pa je bilo treba rešiti kakšno zamotanko, pokazati *skupinski duh pri prečkanju "deroče reke" ali poiskati mesto s priložene fotografije. Cilj je bil v Aquaparku Žusterna, kjer smo preživeli preostanek popoldneva. Dekan Famnita dr. Dragan Marušič nas je povabil na večerjo, kjer smo v sproščenem vzdušju prijetno poklepetali.*

Potem je imel dr. Milanič še zanimivo predavanje o filogenetskih drevesih, ki povezujejo matematiko in biologijo. Čeprav je bila ura že pozna, se seveda nismo odrekli družabnemu večeru (noči).

Četrtek, 5. dan

V četrtek se je MARS spremenil v mravljišče. Kamorkoli si pogledal, vsepovsod se je pridno delalo. Do polnoči je bilo namreč treba dokončati projekte. Skupine so stikale glave pred računalniškimi zasloni, pisale, risale, izdelovale aplikacije ... Te služijo kot nazoren prikaz tém gostom zaključne prireditve, za katere vedno upamo, da jih bo čim več. V pomoč bodo tudi vsem, ki bodo brali o naših projektih na spletu. Upamo, da bomo pritegnili še kakega novega mladega MARSovca, zato se dijaki nikar ne ustrašite! Problemi namreč niso zahtevni, čudne besede, ki jih uporabljamo, pa imajo zmeraj enostavno razlago. Čeprav smo bili pridni, za zvečer ni zmanjkalo dela. Popoldan so si nekateri vzeli čas za obisk predavanja Matjaža Gantarja (v okviru Poletne šole finančne matematike na UP FAMNIT). Zadnje popravke smo nehali delati ob polnoči.

Teden se je že bližal koncu, mi pa smo postali tako dobri prijatelji, da nam je bilo škoda izgubljati čas s spanjem in zamuditi ure druženja. Tako pač je - dlje kot smo na MARSu, dlje bedimo in se zabavamo. Zato smo se še za nekaj ur odrekli počitku. Uroš in David sta vzela svoji kitaro in harmoniko, potem pa smo pojoči krenili na plažo.

Petek, 6. dan

V petek smo lahko malo dlje spali, nato se šli fotografirat in ob 11. uri v kino. Ogledali smo si film "21 - Razpad Las Vegasa", ki govori o uporabi matematike pri igranju iger na srečo. Popoldan smo se udeležili še enega predavanja, v katerem nam je dr. Ule povedal nekaj o teoriji iger in njeni povezavi z ekonomijo. Zatem je bil čas za pripravo predstavitev projektov in generalko. Po večerji sta nam David in Gašper pripravila nekaj programa za zaključni večer, nadaljevali pa smo ga sami z igranjem iger in petjem ob spremljavi kitare.

Sobota, 7. dan

Sobotno dopoldne je bilo prosto. Vsaj po urniku. V resnici je kopica marsovcev do zadnje sekunde pripravljala zbornik in zaključno predstavitev. Ko je ura odbila poldne, smo pristali. Po tednu dni na drugem planetu smo spet pomahali staršem in prijateljem, ki so nas prišli pozdravit in prisluhnit, kaj smo v tem času počeli. Ni ga bilo med nami, ki ne bi s težkim srcem zapustil novih prijateljev. Vsekakor nam bodo ostali lepi spomini na skupne dogodivščine. Se vidimo prihodnje leto!

Četrtek, 8. dan

Da ti še poročam o delavnici. Mislim, da je bila zelo v redu. Šole so bile časovno naročene, ena vsako uro, ampak se je zgodilo tako, da sta bili med 13. in 14. dve, od 14. in 15. pa nobene. No, zaradi tega je bila na začetku gneča, a se je stanje hitro umirilo (eni so morali iti prej) in potem je bilo super. Druga skupina je ostala skoraj do pol treh, tako da nismo bili dolgo sami. Imeli smo se pa tudi vmes fino, zato nam je bilo kar malo žal, ko je prišla naslednja skupina. A bili so super, malo starejši od prejšnjih in so za razliko od njih res sestavljali poliedre (mlajši so na začetku ustvarjali nekaj najpreprostejših teles, večinoma pa nekakšne marsovce). Nekaj je bilo res že precej zapletenih. Miha in Maja sta super pomagala. Ta, zadnja skupina je bila iz Postojne, tako da se je Miha čisto razživel (od tam je namreč doma). Ves čas smo na platnu v ozadju predvajali tudi slike različnih zome konstrukcij. Otroke je zanimalo, prav v vsaki skupini so se našli kakšni, ki so hoteli ostati še dlje, učiteljice so se zanimale za nakup, Miha pa je učence slikal (kar z mobitelom), nad čimer so bili navdušeni. Slike je objavil na svoji spletni strani http://noughmad.org/, naslov strani smo dali tudi otrokom. Poleg tega so vsi Marsovci razen vas treh mentorjev, ki ste šli že na začetku, ostali čisto do konca, se pravi do nekaj čez 16. Malo so sestavljali, reševali naloge v reviji Logika (te nam je dal Hafner za promocijo) in smo se imeli res prijetno. Tvoja knjiga je prišla prav, predvsem tisti zgibanki s slikami. Zdaj je vse pri meni, tako da se morava dogovoriti, kako ti jo naj vrnem. Hafner je rekel, da se za vrniti tisto ne mudi. Če ne prej, mu bom nesla, ko se začne faks. V CD smo na koncu tudi vse zelo lepo pospravili, da je ostalo prav tako, kakor je bilo ob našem prihodu.

Vtisi udeležencev 2009

Mars je bil izjemno zanimivo popotovanje po različnih področjih matematike na način, ki znova prebudi veselje do matematičnega raziskovanja, ki ga v šolsih klopeh kar preveč zatirajo.
Miha

Ker nikogar nisem poznal, sem se veselil spoznavnega večera. Po obupnem začetku naše ekipe na kvizu smo se s pomočjo tehnike branja mimike obraza z odličnim finišem zavihteli na 1. mesto. Vesel sem bil DMFA brisače, še bolj pa lovorike zmagovalca na Vzletu. Največ pa mi je pomenilo spoznanje, da so na MaRSu sami prijetni ljudje s podobnimi interesi.
Primož

MARS je super! Predavanja so zanimiva, kar smo se naučili na delavnicah pa bomo lahko s pridom še kdaj uporabili. Od predavanj mi je bilo najbolj všeč tisto o hanojskih stolpih. Zelo sem navdušena tudi nad prijateljskim in sproščenim odnosom med dijaki in mentorji :-) Cel teden sem zelo uživala, od zgodnjega zajtrka pa do svita, ko smo se končno spravili v postelje po "nabijanju" katancev. Upam, da se naslednje leto spet vidimo. Bilo bi supermegabombastično, če bi naše druženje trajalo dlje.
Neža & Eva

Na Marsu je... hmm, precej vroče, porcije hrane so manjše kot doma, predvsem pa se mi zdi, da se precej manj spi. Vseeno je bila izkušnja nepozabna, pristanek pa bo verjetno naporen, vsaj prvih nekaj dni. No kakorkoli, naj ostane misel, da lahko tja poletim znova drugo leto.
Uroš, član posadke

Na MARSu sem bila letos prvič, zato letošnjega ne morem primerjati s prejšnjimi, so se mi pa zdele vse aktivnosti večinoma zanimive.
Katja

Ja, na MARSu sem se res zelo dobro počutil, hvala! Pa tudi MARSovska majica, ki sem jo oblekel včeraj, zažiga: kar nekaj ljudi jo je opazilo.
Prof. dr. Sandi Klavžar

Na MARSu sem mentor že drugo leto. Čez dan je zanimivo na srednješolski ravni razlagati matematične pojme, ki jih pred fakulteto še nismo srečali, zvečer pa igranje družabnih iger krajša spanje.
David, član posadke

Na MARSu sem že drugo leto zapored. Z vsakim predavanjem in delavnico zveš veliko novega. Spoznaš veliko prijateljev in uživaš ob matematiki. Upam, da se MARSovci srečamo tudi naslednje leto.
Jana

Na MARSu mi je bilo zanimivo vse: od predavanj in delavnic, do dela na projektu in gradnji najdaljših cest (Katanci). Kar malo mi je žal, da sem že končal četrti letnik gimnazije, upam pa, da me bodo prihodnjič povabili v posadko.
Aleksander

Marsovske aktivnosti so bile tudi letos zanimive. Navdušen sem bil nad osrednjo temo srečanja, saj me topologija od vseh matematičnih vej najbolj zanima.
Gašper, član posadke

Matematično-"vesoljska" avantura na MaRSu je kar odlično potekala, upam da bom še večkrat dospel do rdečega planeta in odkril še druge matematične skrivnosti našega vesolja ...
Nicola

Letos sem se MARSa udeležil prvič, in glede na odlično izkušnjo upam, da ne zadnjič. Zanimiva predavanja, poučne delavnice in super družba so le del te odlične celote. Med drugim sem ugotovil osnovno enačbo popotovanja, torej MaRS=Matematika+Morje+Prijatelji+Faktor x, ki si ga lahko vsak zamisli po svoje. Skratka - MARS je ZAKON!
Matej

Ob navdušenih gornjih izjavah pa je pošteno tudi pripomniti, da sta nas letos dva dijaka zapustila po prvem dnevu, ker jima je bilo vse skupaj prenaporno...

Mars 2009 v medijih

NeDelo, 23. avgust 2009

Koper

Matematiki zavzeli Primorsko

Da je matematika lahko še kako zanimiva, so prejšnji teden dokazovali izvajalci in udeleženci četrtega matematičnega raziskovalnega srečanja (MARS) za srednješolce, ki so nekoliko drugače raziskovali pomembne matematične probleme in njihovo ozadje. V pestrem programu – osrednja tema je bila oblika prostora – je sodelovalo 25 matematičnih ljubiteljev iz vse Slovenije.

Foto Jernej Filipčič

Na MARS-u, poletnem izobraževalnem programu za srednješolce, ki ga prireja DMFA Slovenije (sofinancirajo ga MVZT RS, UP FAMNIT in ŠOU Lj), je obzorje širilo 25 ljubiteljev matematike.

Udeleženci srečanja so na Fakulteti za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije Koper na delavnicah raziskovali matematične fenomene, na predavanjih, ki so jih vodili ugledni slovenski raziskovalci (med njimi prof. dr. Sandi Klavžar, doc. dr. Emil Žagar, doc. dr. Martin Milanič in doc. dr. Aljaž Ule), so širili obzorja o vlogi matematike v sodobnem svetu, pod mentorstvom študentov pa so pripravljali skupinske projekte o krivuljah, fraktalih, neevklidski geometriji in večrazsežnostnih objektih. »Delavnic se večinoma udeležujejo dijaki, ki so kot z drugega planeta: ustvarjalni, polni energije, radovednosti, matematičnih idej in zabavnih domislic, med njimi pa je tudi nekaj takih, ki so letos prišli na MARS že četrtič zapored,« je razmišljal vodja programa mag. Boštjan Kuzman. Navdušenost nad programom dobro opisuje mnenje udeleženke Maje, ki je bila del ustvarjalnega programa že trikrat: »Potem ko nekaj časa preživiš na MARS-u, je vrnitev na Zemljo težka,« je zapisala.

Izvajalci so dobro poskrbeli tudi za živahen družabni program, ki se je začel z »vzletom« – spoznavnim večerom. Na »olimpijskem večeru« so svoje vtise s tekmovanj predstavili udeleženci matematične (Anja Komatar, Matjaž Leonardis, Matej Aleksandrov), fizikalne (Filip Kozarski), računalniške (Matjaž Leonardis, Žiga Ham, Matej Aleksandrov, Nace Hudobivnik) in lingvistične olimpijade (Anja Komatar, Katja Klobas, Boris Mitrović). Dijaki so se preizkusili na nenavadnem orientacijskem tekmovanju z matematičnimi ugankami – začeli so ga s fizikalnimi poskusi v koprskem Centru eksperimentov, končali pa na ukrivljeni ploskvi velikega tobogana v vodnem parku. Na plaži so v različnih igrah krepili moštvenega duha, večere pa popestrili z namiznimi strateškimi igrami. **M. F.**

Radio Slovenija, prvi program, 21. avgust 2009

Prispevek je pripravil Matic Jerman, po zvočnem posnetku zapisala Maja Alif.

Na Prvem programu Radia Slovenija slišite celovite in verodostojne zgodbe. Izberite Prvi program – vedno prvi.

Napoved: *Poletje je čas, ko se lahko bolj posvetimo stvarem, ki nas zanimajo. To velja tudi za tiste, ki jim je blizu matematika in sorodne vede. Zagnani mladi matematiki so te dni v Kopru na Matematičnem raziskovalnem srečanju MARS 2009. Več o srečanju pa Matic Jerman.*

Three, two, one, zero ... Ne, ne gre za Marsovce, niti za vesoljsko odpravo. Vodja MARSa 2009, Boštjan Kuzman:

»Mi smo v bistvu od vsega začetka imeli idejo narediti en takšen matematični raziskovalni tabor, kjer ljudje ne bi zgolj reševali matematičnih nalog, ampak bi se z matematiko seznanili na bolj širok način, tako da bi malo raziskovali različne teme in se o njih informirali. Ko smo se igrali z imenom - nekako najbolj naravno ime bi bilo mogoče Slovenski matematični raziskovalni tabor, ampak iz tega bi potem dobili kratico S-M-R-T, se pravi SMRT, kar ne zveni ravno zelo optimistično. Zato smo potem namenoma iskali malo drugačno kratico in nekje na sredi je padla ideja, da bi bilo to matematično raziskovalno srečanje, ker lahko damo potem kratico MARS. To ime MARS je pa naravnost fantastično, v bistvu je Mars po eni strani simbol neraziskanega sveta, nekega oddaljenega planeta, na katerega še ni človeška noga stopila; sposobni smo sicer tja poslati kakšno sondo, kakšno raketo, ampak dejansko je tam še zelo veliko stvari za raziskati, kar je v bistvu tudi naše vodilo, mi tukaj raziskujemo neznane svetove. Po drugi strani Mars kot planet nastopa pogosto v znanstveni fantastiki, poznamo zgodbe o Marsovcih in prav zabavna je bila ta ideja, da bodo naši udeleženci potem MARSovci, ki bodo kot z drugega planeta. «

Je to takšna parodija na svoj račun?

Boštjan: *»Ja, vsekakor je to zelo zabavno, da potem lahko gredo dijaki prvi teden po počitnicah v šolo, se srečajo s svojimi sošolci, sošolci jih vprašajo 'Kaj si pa ti letos delal med počitnicami?' pa rečejo dijaki 'Ja, bil sem na MARSu, a ne.' Ti nadarjeni dijaki, ki se z matematiko ukvarjajo, jih včasih okolica nekoliko karakterizira kot ene odštekance. Ustvarjajo predstavo, kot da gre za neke rahlo shizofrene ljudi, ki cele noči porabijo za to, da se učijo na pamet decimalke števila pi, v praktičnem življenju si pa ne znajo sami vezalk zavezati. Ampak to je zelo zgrešena predstava. Mislim, da vsi tile naši MARSovci so izjemno ustvarjalni, mladi ljudje, ki so polni energije, idej in znajo biti zelo zabavni in družabni.«*

Primož, ti si tukaj prvič na tem taboru. Kako se ti zdi?

Primož: *»Ja, meni se zdi zelo v redu. Nekih hudih minusov se mi zdi da sploh ni. Všeč mi je predvsem ta sproščenost pa tudi enaki interesi vseh udeležencev. Zdi se mi, da sem našel kar en primeren tabor zase, ker me zelo zanima matematika, logika, računalništvo in takšne stvari pa dobra družba, tako da se imam res fino.«*

Primož je letos tukaj prvič, Maja, ti si pa že od samega začetka. A je tabor vplival tudi na tvojo izbiro študija?

Maja: *»Kaj pa vem, najbrž je malo, ja. Tukaj sem bila prvič na koncu drugega letnika, takrat me je matematika že precej zanimala. Tu sem srečala tudi mnoge študente, ki so že študirali in so rekli kako je fino, kako je to zanimiv študij. Pa še tukaj srečamo tako zelo zanimivo matematiko in sem rekla 'Pa dajmo'.«*

Tarok, razne družabne igre vse do jutranjih ur ... do kdaj ste bili danes pokonci?

Maja: *»Zaenkrat smo bili vsako jutro, mislim, vsak dan do pol štirih zjutraj, zadnje noči pa ponavadi cele prebedimo. Taka je pač tradicija.«*

Letošnje poletje je prineslo tudi izkušnje z mednarodnih tekmovanj in slovenski udeleženci so se, kljub temu da so mnogi že dan kasneje odpotovali na maturantski izlet, z veseljem pripeljali v Koper predstavit svoje izkušnje. Filip Kozarski je v Mehiki občudoval majevske piramide in seveda tekmoval v znanju iz fizike. Teoretični del je trajal kar pet ur.

Filip: *»Koncentracija je res na vrhuncu takrat in tudi ko je že konec, si želiš, da bi še pisal. Nalog je veliko, no, v bistvu so tri, ampak imajo toliko podvprašanj, da razen tistih zelo hitrih Azijcev, Američanov in kakšnih še vmes, noben ne pride skozi, noben ne pride do konca.«*

To dostikrat omenjate, Azijce, Američane; zakaj so ravno oni tako uspešni na teh tekmovanjih?

Filip: *»Enostavno jih je že toliko več, države so toliko večje, drugače zbirajo ekipe, drugače jih pripravljajo, pa tudi malo več pri njih ta tekmovanja iz znanja štejejo, so bolj cenjena. Recimo na Kitajskem so oproščeni delanja mature tisti, ki gredo na olimpijado.«*

Poleg tega so pri nas dijaki pogosto prepuščeni bolj ali manj individualnim pripravam na tekmovanja ali pa le krajšim pripravam z mentorji. Nives pravi, da matematiko tudi še vedno zaznamuje splošen družbeni odnos do nje.

Nives: *»Zelo stereotipen je, vsi mislijo, da je težka, komplicirana in da moraš biti malo čuden, če greš v to. Moraš odmisliti, da* *je to v družbi nekako prepovedano in potem ugotoviš, da je zabavno. Dejansko, če delaš stvar, ki te zanima, lahko delaš tudi do treh zjutraj, ni problema. To je to.«*

Gotovo je matematika zabavnejša in zanimivejša, če je bolj povezana z življenjem. Doc. dr. Emil Žagar z ljubljanske Fakultete za matematiko in fiziko je udeležencem predstavil matematično znanje, ki je v ozadju računalniško podprtega oblikovanja ter tako govoril o Bézierovih krivuljah. In kje te krivulje pridejo prav v vsakdanjem življenju?

Emil: *»Če najprej začnemo s takimi bolj zabavnimi zadevami: torej, animacije se gotovo uporabljajo dandanes, v animiranih filmih, to je pravzaprav 'veliki bum'. Ampak daleč od tega, da bi se uporabljale samo za zabavne stvari. Računalniško podprto geometrijsko oblikovanje posega v področje ladijske industrije, letalske industrije, vodenja robotov. Avtomobilska industrija je bila pa nasploh gonilo tega področja, saj Bézierove krivulje so se začele z Bézierom, ki je delal v avtomobilski industriji.«*

Na taboru srednješolci med drugim spoznavajo, kaj jih čaka, če se bodo vpisali na študij matematike. Pri tem so jim v pomoč tudi študenti. David Gajser in Uroš Kuzman.

David: *»Letos sem imel delavnico Krivulje, lani pa Permutacije. Razne druge aktivnosti, takšne družabne poskusimo organizirati, na primer Vzlet za začetni večer ali pa MARSovsko avanturo sem jaz lani organiziral, letos pa Uroš.«*

Uroš: *»Vsako leto priredimo orientacijsko tekmovanje, ki pa je za malenkost drugačno, ker si lahko, glede na to, da smo na MARSu, kjer so zbrani sami matematiki, privoščimo tudi kanček več izvirnosti in domišljije. Udeleženci preko ugank, logičnih, matematičnih, dobivajo napotke za pot. Začeli smo pri hiši eksperimentov v Kopru, cilj pa je bil v Aqua parku Žusterna, kjer so se potem udeleženci še en čas lepo zabavali na kopanju.«*

Nino Bašić je s taborom že od začetka pred štirimi leti. Letos je pripravil eno izmed delavnic za dijake.

Nino: *»Letos sem imel jaz delavnico LaTeX. To je sistem za stavljenje dokumentov. Recimo, vsi poslušalci Word poznajo za pisanje. Za matematika je že skorajda sramota, če piše dokumente v Wordu. Matematiki v glavnem uporabljajo LaTeX, ki je bolj profesionalen sistem za pisanje dokumentov in je tudi zelo primeren za ostale znanstvenike in tehnike.«*

Kaj pa sam študij? Se mi zdi, da si marsikdo sploh ne predstavlja, kako je matematika marsikje prisotna in kako lahko tudi s takšno izobrazbo delaš en kup stvari.

Nino: *»Pravzaprav je matematika tako široka, da niti matematiki sami vseh področij ne poznajo in tudi raziskovalci dostikrat drug drugega ne razumejo. Tako da to je zelo široko področje, ki pa se tudi povezuje z računalništvom, s financami, z ekonomijo, z raznoraznimi področji.«*

Predstavila se je tudi skupina mladih, ki se je prejšnji mesec vrnila z enega najstarejših in najprestižnejših tekmovanj v znanju za srednješolce, 50. mednarodne matematične olimpijade.

Anja: *»Tekmovanje je zahtevno, piše se dva dni po štiri ure in pol.«*

Matej: *»Spozna se tudi veliko novih ljudi, tudi od drugih reprezentanc. Mi smo se precej družili s Švicarji. Imeli smo zanimive izlete v muzej miniatur v Hamburgu, na otok v Baltskem morju ... «*

Ste kdaj pomislili, kako se povezujeta jezikoslovje in matematični jezik? Ali celo, da bi lahko vsak jezik prevedli v nekakšen univerzalni matematični zapis? Katja Klobas je bila na mednarodni olimpijadi iz teoretičnega matematičnega in uporabnega jezikoslovja.

Katja: *»Tipična naloga je, da dobiš zapis v neznanem jeziku in prevod v slovenščino, tvoja naloga pa je, da prevedeš nekaj iz tega jezika v slovenščino in nekaj iz slovenščine v ta jezik.«*

Ali gre potem pri tem zapisovanju in dešifriranju teh zapisov za uporabo logike ali občutka za jezik in kaj tukaj igra pomembno vlogo?

Katja: *»Gotovo igra precej pomembno vlogo logika, ampak čisto brez občutka za jezik pa se tudi ne da. Tako da veš vsaj približno, kako se izraža na splošno v jezikih. Pa da potem tudi znaš formulirati odgovor, ker tu se vedno ocenjuje tudi odgovor, ne samo rezultat, ampak tudi razlaga.«*

Matjaž Leonardis se je v Bolgariji ukvarjal z medvedom in čebelami; pred kratkim je prišel z mednarodne računalniške olimpijade.

Matjaž: *»Dobimo nalogo, ki je pogosto v obliki zgodbice. Recimo letos smo imeli primer medveda, ki je sredi gozda našel med, ampak so se pri tem nekako začele širiti čebele čez to polje. Vprašanje je bilo, koliko najdlje medved lahko jé tisti med, da lahko še pobegne do doma, ne da bi ga ujele čebele. Dobil si polje, medvedov dom in pa kje so čebele, vedel si, kako se čebele razširjajo in potem si moral povedati, najdlje koliko lahko počaka. Vedno je neka takšna zgodbica. Načeloma je namen teh nalog, da bi jih znali razumeti tudi tisti, ki o algoritmih in tem ne vedo popolnoma ničesar.«*

Slišim, da vas že od zajtrka naprej spremljajo enačbe, aksiomi, polinomi, vašo skupino mogoče kaj drugega. Kaj počnete ravnokar?

Miha: *»Mi se s fraktali ukvarjamo, konkretno s Kochovo snežinko.«*

Jana: *»... to moramo s kako drugo točko označiti ali ...«*

Kaj pravzaprav delate tukaj?

Jana: *»Naš projekt je, da bomo naredili kolesarja, ki se bo premikal in točko na kolesu, ki bo potem s premikanjem na kolesu risala cikloido.«*

Tudi dr. Dragan Marušič rad vidi mlade, ki so tudi v poletnem času pripravljeni preživeti veliko časa na fakulteti.

»Za našo fakulteto je to ne samo zanimivo, ampak esencialno. Jaz kot dekan izhajam iz pogleda, da mora biti fakulteta, nasploh tudi akademski svet prisoten in aktiven čez celo leto. Takšne ad hoc dejavnosti in izvenkurikularne dejavnosti pa so super, tako da sva z Boštjanom Kuzmanom zelo hitro našla skupno besedo in smo ponudili našo fakulteto kot prizorišče MARSa. Tudi sicer imamo kakšne druge dejavnosti, konec tedna imamo tukaj Poletno šolo finančne matematike, tako da gremo tukaj na polno paro.«

Pa smo pri koncu MARSovskega matematičnega potovanja. Pristanek se bo zgodil jutri opoldne, ko lahko na Fakulteti za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije Koper slišite in vidite zaključne predstavitve projektov, ki so nastajali skozi teden.

Na Prvem programu Radia Slovenija slišite celovite in verodostojne zgodbe. Izberite Prvi program – vedno prvi.

Se vidimo drugo leto?

Mars 2010 bo predvidoma potekal od 22. do 29. avgusta 2010. Več informacij bo na voljo aprila 2010 na spletni strani mars.dmfa.si.

Zahvale

***Dr. Dragan Marušič, dekan UP FAMNIT**, za podporo projektu MARS od njegovega spočetja dalje.*

***Dr. Sandi Klavžar, dr. Martin Milanič, dr. Emil Žagar** in **dr. Aljaž Ule**, za letošnja zares odlično pripravljena MARSovska predavanja, in **dr. Peter Šemrl**, ker je na MARSu predaval že trikrat in bi se letos samo zaradi nas na MARS pripeljal tudi z dopusta.*

***Janez Krušič, dr. Jure Bajc, dr. Andreja Gomboc, dr. Janez Seliger, dr. Matjaž Željko, Nada Razpet, dr. Milan Hladnik, Andreja Jaklič** in **Upravni odbor DMFA Slovenije,** za vso pomoč in sodelovanje pri pripravi in izpeljavi projekta.*

***Damjan Vinko, Miha Lobnik, Jurij Helbl, Zala Praprotnik** in **drugo osebje ŠOU v Ljubljani,** za prijazno pomoč v zvezi s pripravo projekta in razpisom za obštudijske dejavnosti.*

***Manca Drobne, Marija Zidar, Klavdija Kutnar, Tine Šukljan, Janja Kozlovič, Nataša Vraneš, Lara Gorela, Matjaž Kljun** in **drugo osebje UP FAMNIT**, ki nam je priskočilo na pomoč, kadarkoli se je kaj zatikalo.*

***Matic Jerman, Mojca Delač in Mojca Finc,** za doživeto novinarsko poročanje o MARSu na Radiu Slovenija in v časopisu NeDelo.*

***Jernej Filipčič, Fotosfera**, za nočno fotografiranje pod letečimi krožniki.*

***Tomo Umer** za prijazen sprejem in vodstvo po Centru eksperimentov.*

***Mojca Miklavec**, za izdelavo animirane ZF špice MARS 2009.*

***Osebje Dijaškega doma Koper,** za gostoljubje, okusno hrano in potrpežljivost pri založenih listkih.*

***Dr. Izidor Hafner** in podjetje **Logika,** za promocijske izvode revije L&RM.*

***Maja Klavžar** in **uredništvo Preseka**, za objave o Marsu v reviji Presek.*

***Vladimir Bensa** in **DMFA Založništvo,** za promocijske izvode revije Presek.*

*Posebna zahvala pa gre **Javni agenciji za raziskovalno dejavnost RS**, ki je z ukinitvijo razpisa **Znanost mladini** našla zares učinkovit način za uvajanje mladine v znanstveno-raziskovalno delo (posebej na področju iskanja alternativnih virov sofinanciranja).*

Predstavitev ŠOU v Ljubljani

KAM PO NASVET IN INFORMACIJE, KO POSTANEŠ ŠTUDENT?
NA ŠOU V LJUBLJANI!

Študentska organizacija Univerze v Ljubljani je avtonomna organizacija, ki zastopa interese in pravice študentov ter se zavzema za njihovo uresničitev, hkrati pa z organizacijo številnih športnih, kulturnih, izobraževalnih ter zabavnih dogodkov in prireditev skrbi za raznovrstnost in kakovost obštudijskega življenja. Obišči nas torej na www.sou-lj.si, na Kersnikovi 4 v Ljubljani, v Rožni dolini, za Bežigradom in na ŠOUinfo točki na Trubarjevi 7 v Ljubljani.

ŠOU v Ljubljani pa ne podpira in spodbuja le študentskih projektov in aktivnosti, ampak prek Dijaške skupnosti Ljubljana (DSL) skrbi tudi za dijake. Eden izmed najbolj prepoznavnih projektov DSL-ja so vsakoletne brezplačne maturitetne delavnice, na katerih boš utrdil svoje znanje pri posameznem predmetu in se posledično tudi dobro odrezal na zrelostnem izpitu. DSL najdeš na www.dsl-lj.si ali v tretjem nadstropju (soba 310) na Kersnikovi 4 v Ljubljani.

Študentsko življenje s seboj prinese mnogo sprememb, tako na področju izobraževalnega sistema kot tudi v zasebnem življenju. V osnovni in srednji šoli te z vseh strani zasipajo s pametnimi nasveti, napotki in predlogi. Mama, oče, pametni starejši bratje in sestre, pa še šolski psiholog, pedagog in če hočeš tudi vaški župnik. Ko prideš na fakulteto, pa kar naenkrat nič. Nepoznani obrazi, neznane navade, tuji kraji. Kako naj se človek znajde? Obisk v Študentski svetovalnici ŠOU, ki je nastala prav zaradi potrebe študentov po informiranju in svetovanju v času študija, je torej neizogiben (www.svetovalnica.com).

Študentska svetovalnica ŠOU te bo sprejela takoj ob vstopu na Kersnikovo 4 v Ljubljani (pa tudi v Študentskem centru za Bežigradom (FDV)). Študentje svetovalci smo na voljo vsem študentkam in študentom, ki se na svoji življenjski poti srečujete z vprašanji, na katera sami ne najdete odgovora. Skupaj iščemo načine za premagovanje osebnih težav. Včasih potrebuješ le pravo informacijo, včasih pogovor, mnogokrat pa tudi nekoga, ki te bo zastopal. Strokovno in zavzeto se posvetimo prav vsakemu, ki se obrne na nas.

Tako ti brezplačno ponujamo vse informacije v zvezi s študijem (vpis, prepis, prehod, vzporedni in zaporedni študij, pavziranje, podaljšanje absolventskega staža, pogojni vpis, podiplomski študij, bivanje, štipendije, zdravstveno zavarovanje ...), svetovanje študentskim družinam, pravno pomoč (prošnje, pritožbe, informacije o dohodnini), psihološko svetovanje in svetovanje za študij v tujini **v brezplačni posredovalnici na ŠOU info točki na Trubarjevi 7,** tam pa lahko poiščeš tudi pomoč pri iskanju namestitve v Ljubljani. Tam so na voljo tudi **informacije o dogajanju v Ljubljani ter brezplačni dostop do interneta.** Vse omenjene informacije lahko dobiš tudi na **brezplačnem Študentskem telefonu 080 98 67.**

Naj torej moto Študentske svetovalnice ŠOU postane tudi tvoj: Pametni vprašajo!

Predstavitev UP FAMNIT

Z ustanovitvijo Fakultete za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije (UP FAMNIT) v letu 2006 je Univerza na Primorskem pridobila svoje naravoslovno uravnoteženje.

Študijski programi na fakulteti s svojo komplementarnostjo stremijo k vzpostavitvi prostora, kjer bo ob uporabi univerzalnega znanstvenega jezika (matematika) v optimalnem komunikacijskem polju (računalništvo) mogoče soustvarjati integrirano znanost, gospodarstvu pa pri tem nuditi kvalitetno izobražene kadre za potrebe v različnih panogah (predvsem v transportu, bančništvu, zavarovalništvu, igralništvu, računalniških podjetjih, sodobni ekonomiji).

Fakulteta v letu 2009/10 ponuja šest dodiplomskih študijskih programov (bolonjska 1. stopnja):

Matematika

Računalništvo in informatika

Biodiverziteta

Sredozemsko kmetijstvo

V tem letu sta prvič razpisana tudi nova interdisciplinarna programa

***Matematika v ekonomiji in financah** ter*

Bioinformatika.

Študij vseh programov bo mogoče nadaljevati na 2. in 3. bolonjski stopnji.

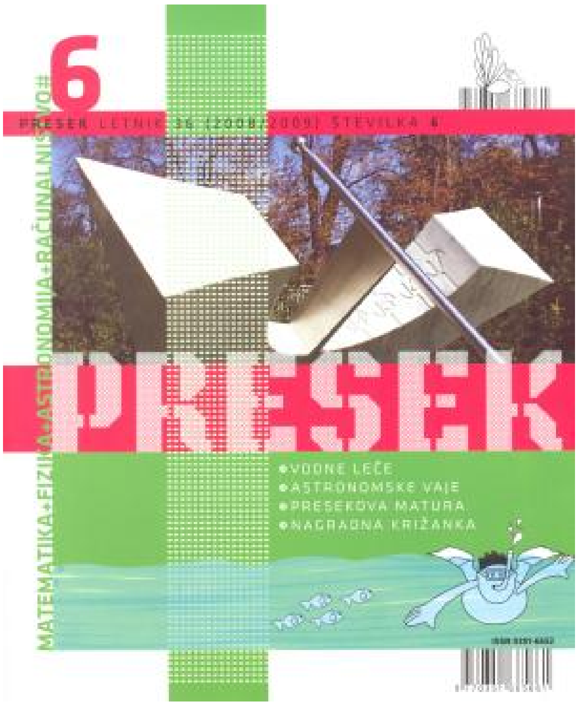
Na 2. in 3. stopnji se že izvajajo Matematične znanosti (bolonjski magistrski in doktorski študij) ter Računalništvo in informatika (bolonjski magistrski in doktorski študij).

Ostali so v pripravi oziroma bodo razpisani v prihodnjih letih (magistrski: Varstvo narave, Sredozemsko kmetijstvo in Morska biologija). Fakulteta razvija tudi nove programe: v pripravi je podiplomski program Biopsihologije.

Razvoj visoko kvalitetnih mono- in interdisciplinarnih študijskih programov na fakulteti temelji na prepričanju, da moramo v sodobnem svetu ljudje biti enako vešči uporabe leve in desne strani možganov. Univerzitetni prostor zato potrebuje interdisciplinarno izobražene študente in diplomante, ki bodo zmožni suvereno uporabljati miselna aparata vsaj dveh različnih znanstvenih disciplin. Fakulteta za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije ima resnično interdisciplinarnost zapisano že v svojem rojstnem listu.

Ko bo v nekaj letih fakulteta dobila tudi moderno zasnovan kampus, bo s študijskimi in raziskovalnimi programi, ki bodo poleg znanstvene odličnosti zasledovali tudi neposredno povezovanje z gospodarstvom, omogočila, da Slovenska Istra v bližnji prihodnosti postane slovenska različica Silicijeve doline. Več o fakulteti na www.famnit.upr.si.

Reviji Presek in Logika&RM



***Presek** je revija za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje. Prva številka je izšla leta 1972. Revija izhaja praviloma vsak drugi mesec. V šolskem letu izide 6 številk. Revijo izdaja DMFA Založništvo, sofinancirata pa Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije ter Ministrstvo za šolstvo in šport.*

***Logika & razvedrilna matematika** izhaja že 18 let, izdaja jo Založniško podjetje LOGIKA, d. o. o. V njej so objavljene logične in matematične naloge. Revija izhaja štirikrat letno (september, konec novembra, konec februarja ali marca in konec aprila ali maja). Namenjena je predvsem starejšim osnovnošolcem in srednješolcem.*

Tekmovanje iz razvedrilne matematike

DMFA Slovenije vsako leto konec septembra organizira državno tekmovanje iz razvedrilne matematike. Letošnje 20. tekmovanje iz razvedrilne matematike bo potekalo v soboto, 26. septembra 2009, na Fakulteti za elektrotehniko v Ljubljani. Prijaviti se je mogoče do 28. avgusta z reševanjem razpisanih nalog, ki so bile objavljene v 6. številki Preseka in 3. številki L&RM. Rešitve je treba poslati na naslov Logika d. o. o., Svetčeva 11, 1240 Kamnik, s pripisom "Za tekmovanje" v navadni (nepriporočeni) pošiljki. Učenci, študentje in dijaki morajo pripisati razred oz. letnik, ki ga bodo obiskovali jeseni. Te podatke je potrebno navesti tudi na zunanjem delu kuverte. Na tekmovanje bodo povabljeni tekmovalci, ki bodo pravilno rešili največ nalog (pri čemer bo seveda upoštevana starost tekmovalca). Več o prijavi na tekmovanje si lahko preberete v omenjenih revijah.