Diskontiranje

Jan Šuntajs, SŠ J. Jurčiča, Ivančna Gorica
Jana Vidrih, Gimnazija Ptuj
Mentor: Dejan Širaj UL FMF

1 Kaj je diskontiranje?

Običajno pri načrtovanju naložb ne upoštevamo t.i. časovne vrednosti denarja, naši finančni izračuni pa se zato izkažejo za napačne, saj primerjamo zneske v različnih obdobjih. Naših 1000 EUR danes tako nikakor ni primerljivih s 1000 EUR čez eno leto. Zakaj? Če 1000 EUR vzamemo danes, ohranimo možnost izbire. Z denarjem lahko že takoj nekaj kupimo, če pa 1000 EUR vzamemo naslednje leto, v vmesnem času ne moremo kupiti ničesar. Denar lahko tudi naložimo, kar nam zaradi obresti prinese dobiček. V prvem primeru imamo torej od denarja večjo korist. Naša naložba se obrestuje po formuli:

$$FV_n = PV(1+r)^n,$$

kjer FV_n predstavlja *vrednost denarja po* n *letih (ang. Future value)*, PV *sedanjo vrednost (ang. Present value)*, r *obrestno mero (ang. Rate of interest)* in n *število let.*

Diskontiranje je postopek, obraten obrestovanju. Z njim izračunamo, koliko so naše prihodnje naložbe vredne danes, tj. koliko moramo danes vložiti, da bomo v prihodnosti iztržili želeni znesek:

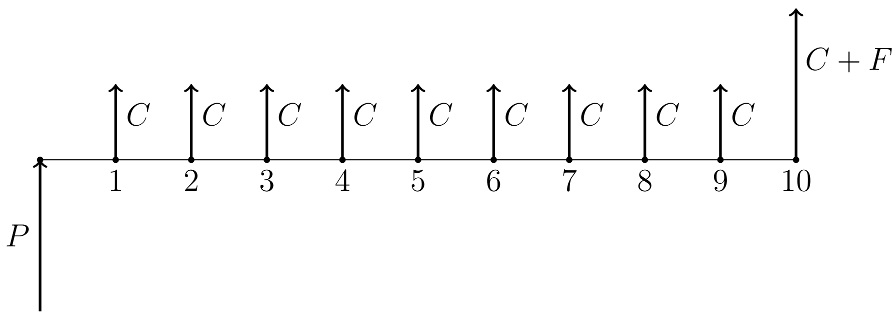
$$PV = \frac{FV_n}{(1+r)^n}.$$

Vsaka naša naložba je v resnici vredna toliko, kolikor koristi nam bo prinesla v prihodnosti. Ker torej pričakujemo denarne tokove v prihodnosti, moramo za izračun vrednosti naložbe uporabiti *diskontiranje*.

2 Obveznice

Obveznica je dolžniški vrednostni papir, ki ga lahko izdajajo država, občine, podjetja in banke. Z nakupom obveznice izdajatelju posodimo denar, ta pa nam v zameno obljubi vnaprej določen dotok finančnih sredstev ob točno določenem času.

Višja donosnost je vedno povezana z višjim tveganjem. V skladu s tem so podjetniške obveznice praviloma donosnejše od državnih, saj podjetje mnogo lažje propade kot država. Obravnavali bomo obveznice z letnimi kuponi. Vrednost obveznice oziroma potrebnega začetnega vložka izračunamo z vsoto diskontiranih letnih kuponov in nominalne vrednosti obveznice. Letni kuponi so pri tem dogovorjene obresti, ki jih izdajatelj redno plačuje kupcu obveznic. Višina kuponov je praviloma fiksno določena skozi celotno obdobje, diskontno stopnjo pa določi trg.



Slika 1: Shema desetletne obveznice z letnimi kuponi

$$
\begin{aligned}
P &= \frac{C}{(1+r)} + \frac{C}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{C}{(1+r)^n} + \frac{F}{(1+r)^n} = \\
&= \frac{C}{1+r} \cdot \left(1 + \frac{1}{1+r} + \frac{1}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{1}{(1+r)^{n-1}}\right) + \frac{F}{(1+r)^n} = \\
&= \frac{C}{1+r} \cdot \frac{1-(\frac{1}{1+r})^n}{1-\frac{1}{1+r}} + \frac{F}{(1+r)^n} = \\
&= C \cdot \frac{1-(\frac{1}{1+r})^n}{r} + \frac{F}{(1+r)^n},
\end{aligned}
$$

kjer je P *cena obveznice (ang. Price)*, C *kupona (ang. Coupon)*, r *obrestna mera (ang. Rate of interest)* in F *nominalna vrednost obveznice (ang. Face value)*.

Pri izpeljavi prejšnje formule smo si v tretji vrstici pomagali z obrazcem za vsoto končne geometrijske vrste:

$$
s_n = a_1 + a_1 q + a_1 q^2 + \ldots + a_1 q^n = a_1 \frac{1-q^{n+1}}{1-q}.
$$

3 Investicije

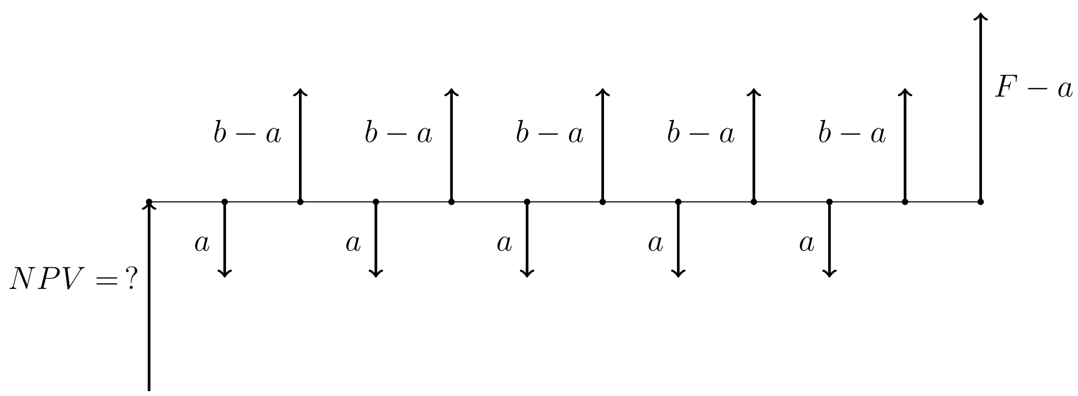
Investicija je vložek kapitala v projekt, za katerega pričakujemo, da bo donosen. Investiramo lahko v vrednostne papirje, perspektivna podjetja, nepremičnine, stroje ipd. Investicija je vredna toliko, kolikor koristi nam prinese v prihodnosti, zato jo izračunamo kot vsoto diskontiranih denarnih tokov (pri čemer našim vložkom pripišemo negativni predznak):

$$NPV = CF_0 + \frac{CF_1}{1+r} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{CF_n}{(1+r)^n},$$

kjer NPV pomeni *neto sedanjo vrednost (ang. Net present value)*, CF_n *dotok denarja v določenem letu (ang. Cash flow)* in r *diskontno stopnjo.* V podjetjih je diskontna stopnja določena s strani lastnikov in upnikov.

Poglejmo si preprosto nalogo in poskusimo ugotoviti, ali se nam izplača kupiti gozd za 6500 EUR. Ocenjujemo, da bomo za gozd vsako drugo leto s sekanjem iztržili 1000 EUR, vsako leto zanj plačali davek 100 EUR in ga po enajstih letih prodali za 5000 EUR. Naša diskontna stopnja je 4%.

Za izračun vrednosti investicije uporabimo zgornjo enačbo za neto sedanjo vrednost, pri čemer smo označili $a = 100$, $b = 1000$, $F = 5000$ in $r = 4\%$:



Slika 2: Shema naloge

$$
\begin{aligned}
NPV &= -(\frac{a}{1+r} + \frac{a}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{a}{(1+r)^{11}}) + \\
&+ \frac{b}{(1+r)^2} + \frac{b}{(1+r)^4} + \frac{b}{(1+r)^6} + \frac{b}{(1+r)^8} + \frac{b}{(1+r)^{10}} + \frac{F}{(1+r)^{11}} = \\
&= -\frac{a}{1+r} \cdot \frac{1-(\frac{1}{1+r})^{11}}{1-\frac{1}{1+r}} + \frac{b}{(1+r)^2} \cdot \frac{1-(\frac{1}{(1+r)^2})^5}{1-\frac{1}{(1+r)^2}} + \frac{F}{(1+r)^{11}} = \\
&= -\frac{100}{1+0,04} \cdot \frac{1-(\frac{1}{1+0,04})^{11}}{1-\frac{1}{1+0,04}} + \frac{1000}{(1+0,04)^2} \cdot \frac{1-(\frac{1}{(1+0,04)^2})^5}{1-\frac{1}{(1+0,04)^2}} + \\
&+ \frac{5000}{(1+0,04)^{11}} \doteq 6348.
\end{aligned}
$$

Ker je cena višja od vrednosti, ponudbe ne bomo sprejeli, čeprav na prvi pogled morda izgleda ugodno.

Še krajša naloga za bralce: V podjetju se odločajo za nakup novega stroja. Po prvi ponudbi znaša cena stroja, ki jo plačamo takoj, 5000 EUR, na koncu vakega leta njegovega obratovanja nam prinese 1000 EUR koristi, po desetih letih ga prodamo za staro železo in zaslužimo 500 EUR. Po drugi ponudbi lahko stroj odplačamo v treh letnih obrokih po 2000 EUR (prvega plačamo takoj), z vsakim letom nam stroj prinese 1100 EUR, po koncu delovne dobe je stroj brez vrednosti. Lastniki in upniki zahtevajo v vsakem primeru donosnost 7%. Katera ponudba je ugodnejša?

4 Delnice

Pri delnicah in podobnih naložbah v osnovi uporabimo princip neskončne vrste, saj načeloma delnice prinašajo denarne tokove poljubno dolgo. Teoretično je izračun zelo natančen, v praksi pa zaradi spreminjajočih se in nam neznanih vrednosti parametrov (dividend in diskontne stopnje) pogosto odpove. Od obveznic se delnice razlikujejo po višji stopnji tveganja in po ročnosti – obveznice imajo na začetku določeno dobo obrestovanja, medtem ko delnice teoretično nikoli ne nehajo prinašati dividend.

$$
\begin{aligned}
P_0 &\overset{1}{=} \frac{D_1}{1+r} + \frac{P_1}{1+r} = \\
&\overset{1}{=} \frac{D_1}{1+r} + \frac{\frac{D_2}{1+r} + \frac{P_2}{1+r}}{1+r} = \\
&= \frac{D_1}{1+r} + \frac{D_2}{(1+r)^2} + \frac{D_3}{(1+r)^3} + \ldots + \frac{D_n}{(1+r)^n} + \ldots = \\
&\overset{2}{=} \frac{D_0(1+g)}{1+r} + \frac{D_0(1+g)^2}{(1+r)^2} + \frac{D_0(1+g)^3}{(1+r)^3} + \ldots = \\
&= \frac{D_0(1+g)}{1+r}\left(1 + \frac{1+g}{1+r} + (\frac{1+g}{1+r})^2 + \ldots\right) = \\
&\overset{3}{=} \frac{D_0(1+g)}{1+r} \cdot \frac{1}{1-\frac{1+g}{1+r}} = \\
&= \frac{D_0(1+g)}{r-g}
\end{aligned}
$$

1 - Upoštevamo, da je trenutna vrednost delnice diskontirana vsota dividende in vrednosti delnice čez eno leto.

2 - Uvedemo model konstante rasti dividend, tj.

$$D_{i+1} = (1+g)D_i,$$

kjer g predstavlja *rast (ang. growth).*

3 - Uporabimo obrazec za vsoto neskončne geometrijske vrste

$$a_1 + a_1q + a_1q^2 + \ldots + a_1q^n + \ldots = \frac{a_1}{1-q},$$

pri čemer smo predpostavili, da je $g < r$.

Literatura

[1] David G. Luenberger: *Investment Science.* Oxford University Press, New York, Oxford, 1998.

[2] `http://en.wikipedia.org/wiki/Investments` [Citirano: 19.8.2010]

[3] `http://en.wikipedia.org/wiki/Discounting` [Citirano: 19.8.2010]

[4] `http://www.finance.si/185924/Obveznice-v-praksi` [Citirano: 19.8.2010]