Risk Riska

Vid Kocijan, *Gimnazija Vič, Ljubljana*
Arthur-Louis Heath, *Gimnazija Bežigrad, Ljubljana*
Tina Zwittnig, *Srednja vzgojiteljska šola in gimnazija Ljubljana, Ljubljana*
Maja Alif (mentor), *Fakulteta za matematiko in fiziko, Celje*

POVZETEK

Članek RIsk RIska obravnava s statistično, taktično, verjetnostno in grafično analizo popularne namizne igre Risk. V njem so predstavljene taktike, ki bi lahko igralca pripeljala do zmage.

Uvod

Pri namizni strateški igri Risk, se vsak igralec s svojimi vojaškimi enotsmi iz določenih držav trudi osvajati svet.Kako igro najbolje igrati? S pomočjo verjetnosti in teorije grafov smo odgovorili na vprašanja: Kaj je bolje; napadati ali braniti? Katero celino se najbolj splača zavzeti? Ali je bolje napadati z vso silo ali nekaj vojakov prihraniti? Kakšna je verjetnost, da napadalec zmaga, če s 5 vojaki napade 3 branilce? Ali je mogoče z enim vojaškim pohodom osvojiti vse države?

Cilji

Predstavili smo strateško vrednost posamezne celine oziroma posameznega polja. Cilj naše raziskave je ugotoviti optimalne poteze za zmago, katera polja je strateško bolje zavzeti in s pomočjo verjetnosti ugotoviti, s kolikšnim številom vojaških enot se najbolj splača napadati oziroma braniti, da je verjetnost zmage največja. Preko članka analiziramo strateški pomen vsake celine, , ter predstavimo razmerja med njimi.

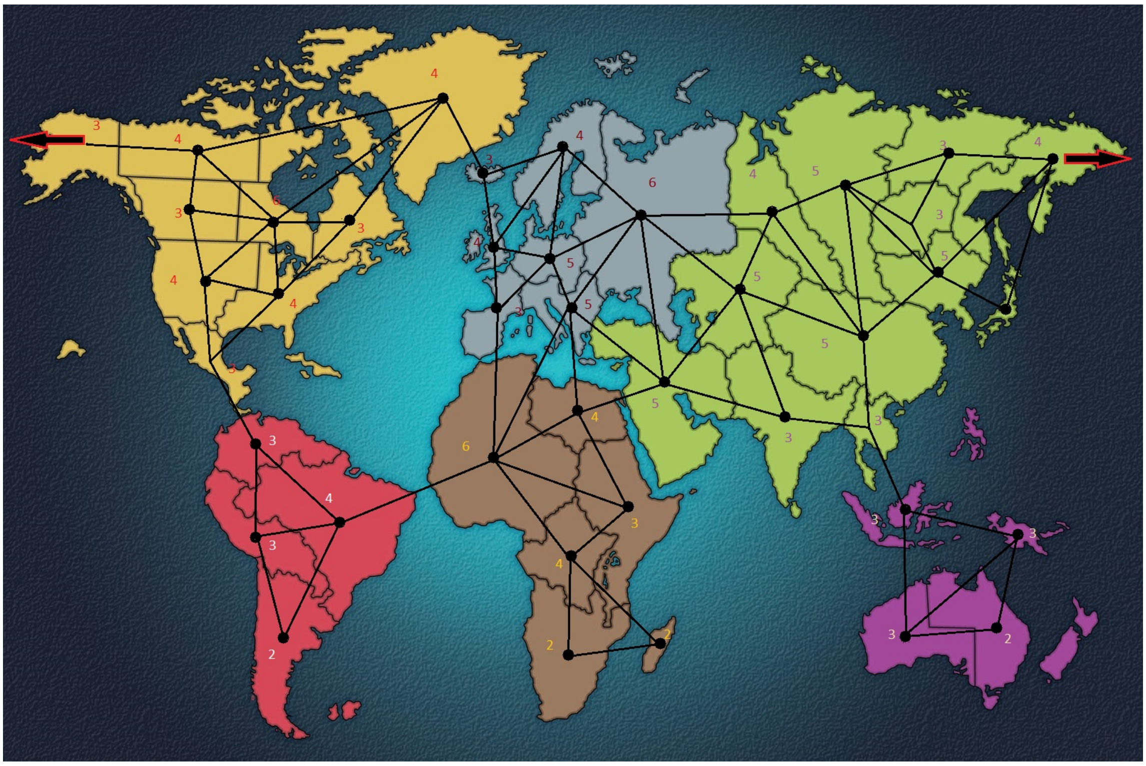
Pravila igre

Risk je klasična namizna igra, pri kateri se spopade od 2 do 6 igralcev. Igralna površina se deli na države, te pa se povezujejo v celine. Igralec, ki mu cel krog uspe v svoji oblasti obdržati celotno celino, dobi dodatne okrepitve glede na njeno velikost in položaj. Vsak poveljuje svoji vojski, s pomočjo katere poizkuša zavzeti čim več držav, te pa mu nudijo še več okrepitev in nadzor nad igralnem poljem. Spopadi se izvajajo s pomočjo meta kock. Če napadalcu uspe odstraniti vse branilne enote, lahko del svojih enot premakne v novo zavzeto državo, ter si s tem poveča vpliv in število okrepitev.

Teorija grafov

Graf je množica točk v prostoru in povezav med temi točkami. Igralno površino Riska predstavimo kot graf tako, da na igralni površini vsaka država predstavlja točko, vsaka meja s sosednjo državo pa povezavo med dvema točkama. Graf Riska je *povezan*, saj je možno s katerega koli polja priti do drugih. Še več, možno je iti po *Hamiltonovi poti*. To pomeni, da se je možno po grafu sprehoditi tako, da vsako točko prečkamo natanko enkrat. Na grafu igralnega polja pa ni mogoče narediti Eulerjevega obhoda. *Eulerjev obhod* je sprehod preko vsake povezave v grafu, pri čemer sevrnemo na isto točko. Teoretično bi se dalo narediti Eulerjev obhod na vsakem grafu, ki ima število lihih točk enako ali 0 ali 2. Točka je *liha*, kadar ima liho število povezav do drugih točk v grafu, soda pa, ko ima sodo število povezav. Ker je število lihih oglišč veliko večje od 2, je na našem grafu nemogoče narediti tak obhod.

Zanimivo je, da ima vsaka država vsaj dve povezavi s sosednjima državama. Igra nameroma preprečuje premike med določenimi bljižnimi polji ter s tem ustvari točke napetosti. To doseže s tem, da imajo določene celine le malo povezav s sosednjimi. Če bi razdelili le eno državo na dve npr. Severno



Slika 1: Risk kot graf

Afriko, bi bilo to Afriko precej lažje napasti, ter bi izgubila večino svojega taktičnega pomena, ker bi imela 3 države, ki mejijo na druge celine in s tem več vrjetnosti, da napad uspe.

Lahko bi dodali samo eno povezavo med Avstralijo in Azijo, ter s tem Avstralijo postavili na nivo Južne Amerike, ki je glede na število napadljivih polj v razmerju s številom vojakov, ki jih prispeva osvajalcu te celine v vsaki fazi med najslabšimi celinami. S pomočjo teorije grafov lahko tudi sklepamo, da je taktično najboljša država Severna Amerika, kajti ima samo 3 "vhode"v državo, ki pa mejijo na Azijo, (ki je prevelika ter jo pogosto nobeden ne kontrolira v celoti), na Evropo, ki je najmanj zaščitena država, z velikim številom mejnih držav, ter z Južno Ameriko, za katero smo prej dokazali, da je med najslabšimi državami kar se tiče bonusa glede na število vpadnic v celino. Kot taktično uspešen premik se ponavadi šteje, da igralec zavzame Avstralijo oziroma Afriko. Afrika je glede na število možnih napadalcev relativno varna ter še zmeraj nudi precejšen bonus treh vojakov na potezo igralcu, ki jo v celoti nadzoruje. Glede na graf ima dovolj mejnih držav da bi se lahko uspešno napadalo v sosednje države in istočasno v primeru ponesrečenega napada branil z relativno majhnim številom mejnih polj (dva, proti nasprotnikovim štirim, ki so pa razporejene preko treh celin, s hitrim prehodom še na četrto, če bi igralec igral taktiko Afrika-Avstralija).

Na podlagi tega bi lahko Afriko uvrstili kot drugo najboljšo državo. To mesto si deli z Avstralijo, ki je široko priznana kot ena najbolj uporabnih celin, zaradi njene edine povezave s preostankom sveta, četudi ima malo število držav in malo število okrepitev na potezo. Zanimivo je, da glede na države, ki branijo celino in države ki na njih mejijo je Azija precej varnejša od Evrope, kljub temu da daje veliko večji bonus in da je veliko večja. Žal v tem primeru to ni nobena prednost, ker ima še zmeraj precej branilnih držav, ki jih je treba neprestano braniti pred morebitnimi osvajalci.

Verjetnost

Verjetnost je številka, ki nam pove, kako možno je, da se posamezen dogodek zgodi. Klasična verjetnost je definirana kot

$$P(A) = \frac{\text{št. ugodnih dogodkov}}{\text{št. vseh dogodkov}}$$

. Statistična verjetnost je številka pridobljena na podlagi velike količine dogodkov in razpletov. Dogodek je gotov, če se zgodi v vsakem primeru, npr. kocka vedno pade. Dogodek je slučajen, če se zgodi le v nekaterih primerih, npr. na kocki pade liho število pik. Vsak naslednji dogodek je neodvisen od prejšnjega. Verjetnost se označi z številom med 0 in 1, kjer 1 predstavlja gotovi dogodek in 0 predstavlja nemogoč dogodek. Verjetnost, da se zgodita dogodek A in dogodek B, je $A \cdot B$.

Računanje izida bitke

Bitka v Risku se zgodi, ko iz nekega polja napadalec napade drugo polje. Napadalec lahko v napad postavi največ 3 vojake naenkrat, branilec največ 2. Oba igralca vržeta toliko kock, kot imata vojakov v boju. Največja napadalčeva kocka se primerja z branilčevo največjo, druga največja z drugo največjo. Če je število na napadalčevi kocki večje od branilčevega, branilec izgubi 1 vojaka, če je enako ali manjše, ga izgubi napadalec. To pomeni, da v enem metu kock lahko iz igre izgineta največ 2 vojaka. Napadalec in branilec na izpraznjena mesta postavita nove vojake, če je to možno.

Najprej smo z računalniško simulacijo vseh možnih izidov določili, kakšna je verjetnost različnih izidov pri metih kock. Simulacija je poiskala vse možne mete kock (dobimo št. vseh dogodkov) in za vsakega preverila, kaj se pri tem metu zgodi (dobimo št. ugodnih dogodkov). V primeru enega napadalca in enega branilca smo metali 2 kocki, vsaka od njiju pa ima 6 ploskev kar nanese $6 \cdot 6 = 36$ kombinacij, od tega 15 ugodnih za napadalca, 21 pa za branilca.

- 1 napadalec, 1 branilec: $\frac{15}{36}$ da zmaga napadalec, $\frac{21}{36}$ da zmaga branilec.
- 2 napadalca, 1 branilec: $\frac{125}{216}$ da zmaga napadalec, $\frac{91}{216}$ da napadalec izgubi 1 vojaka.
- 1 napadalec, 2 branilca: $\frac{55}{216}$ da branilec izgubi 1 vojaka, $\frac{161}{216}$ da zmaga branilec.
- 2 napadalca, 2 branilca: $\frac{295}{1296}$ da zmaga napadalec, $\frac{581}{1296}$ da zmaga branilec, $\frac{420}{1296}$ da vsak od njiju izgubi po enega vojaka.
- 3 napadalci, 1 branilec: $\frac{855}{1296}$ da zmaga napadalec, $\frac{441}{1296}$ da napadalec izgubi 1 vojaka.
- 3 napadalci, 2 branilca: $\frac{2890}{7776}$ da zmaga napadalec, $\frac{2275}{7776}$ da napadalec izgubi 2 vojaka, $\frac{2611}{7776}$ da vsak od njiju izgubi po enega vojaka.

Na podlagi teh izračunov smo napisali program v programskem jeziku C++, ki lahko izračuna verjetnost za zmago pri poljubnem številu napadalcev in branilcev. Program deluje po principu "deli in vladaj", saj celoten problem razdeli na več podproblemov, dokler ne pride do enostavnih situacij, za katere so verjetnosti izračunane zgoraj. Funkcija $f(napad, obramba)$ je rekurzivna, kar pomeni, da kliče samo sebe. Primer:

$$f(5,3) = P(napadalec\ izgubi\ 2\ vojaka) \cdot f(3,3) +$$

$$+ P(branilec\ izgubi\ 2\ vojaka) \cdot f(5,1) +$$

$$+ P(vsak\ izgubi\ po\ enega\ vojaka) \cdot f(4,2)$$

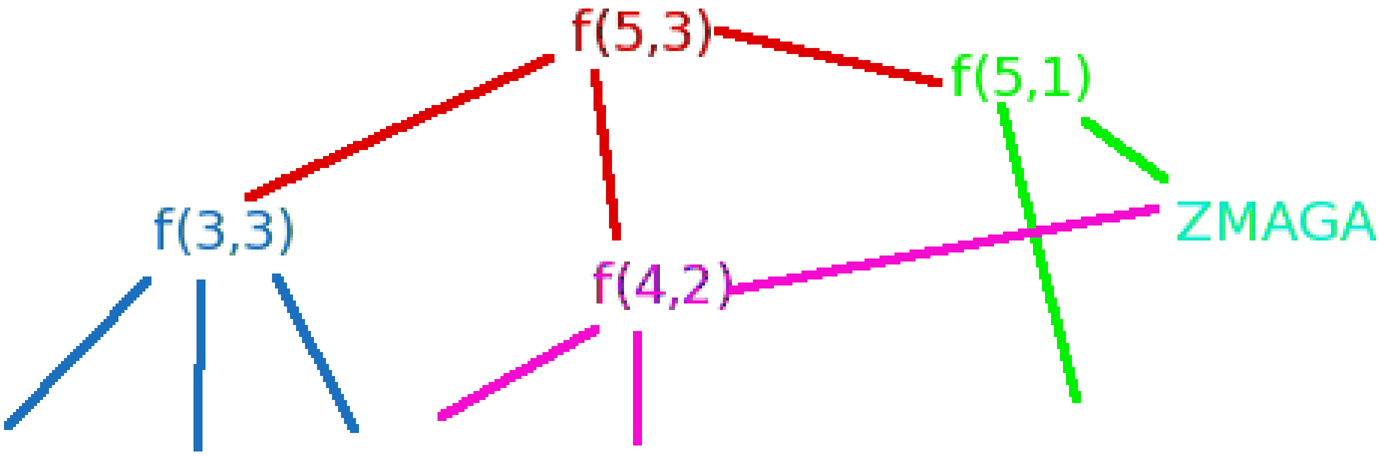
Program vmesne izračune shranjuje in se tako izogne večkratnemu računanju istih stvari in tako deluje hitreje pri večjih številih.

obramba/napad:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.4167	0.7542	0.9163	0.9715	0.9903	0.9967	0.9988	0.9996	0.9997	0.9999
2	0.1061	0.3627	0.6559	0.785	0.8897	0.9339	0.9666	0.9803	0.9901	0.9942
3	0.027	0.2077	0.4702	0.6421	0.7694	0.8571	0.9099	0.9468	0.9669	0.9811
4	0.0069	0.0917	0.3155	0.4766	0.6386	0.7449	0.8338	0.8878	0.9298	0.9539
5	0.0018	0.0496	0.2068	0.3591	0.5082	0.6380	0.7364	0.8187	0.8729	0.9163
6	0.0004	0.0215	0.1346	0.2526	0.3971	0.5207	0.640	0.7295	0.8077	0.8611
7	0.0001	0.0114	0.0838	0.1818	0.2975	0.4236	0.5356	0.6432	0.7261	0.7999
8	$2.9 \cdot 10^{-5}$	0.0049	0.053	0.1235	0.2243	0.3295	0.446	0.5474	0.6466	0.7240
9	$7.3 \cdot 10^{-6}$	0.0026	0.0328	0.0863	0.1616	0.2580	0.3570	0.4642	0.5581	0.650
10	$1.8 \cdot 10^{-6}$	0.0011	0.0208	0.057	0.1184	0.1935	0.2870	0.3799	0.4801	0.5676

Tabela 1: Izračunane verjetnosti zmage napadalca

obramba/napad:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.4165	0.7547	0.9156	0.9711	0.9903	0.9967	0.9988	0.9996	0.9998	0.9999
2	0.1056	0.3629	0.6561	0.785	0.8900	0.9346	0.966	0.9803	0.9901	0.9942
3	0.027	0.205	0.4691	0.6408	0.769	0.8572	0.9108	0.9469	0.9677	0.9811
4	0.0069	0.0915	0.3151	0.4775	0.6392	0.7456	0.8342	0.8885	0.9293	0.9542
5	0.0017	0.0493	0.2055	0.3589	0.5078	0.6392	0.7376	0.8187	0.8742	0.9174
6	0.0004	0.0216	0.1338	0.2534	0.3982	0.5222	0.640	0.7300	0.8078	0.8601
7	0.0001	0.0115	0.0835	0.1825	0.2979	0.4235	0.5364	0.6434	0.7264	0.7999
8	$2.6 \cdot 10^{-5}$	0.0048	0.053	0.1242	0.2247	0.3288	0.444	0.5470	0.6464	0.7240
9	$7 \cdot 10^{-6}$	0.0026	0.0328	0.0869	0.1615	0.2573	0.3570	0.4635	0.5570	0.649
10	$1 \cdot 10^{-6}$	0.0011	0.0207	0.057	0.1178	0.1941	0.2870	0.3793	0.4801	0.5665

Tabela 2: Razmerje zmag napadalca v simuliranih bitkah



Slika 2: Graf, ki prikazuje potek programa za f(5,3)

Tabela 1 prikazuje vrednosti različnih kombinacij napadalcev in branilcev do 10.

Izračune smo preverili z računalniško simulacijo metov. Vsak scenarij je bil opravljen milijonkrat, tabela 2 pa prikazuje delež uspešnih napadov.

Računalniški program v napad in v obrambo postavi vse možne vojake, saj je tako verjetnost zmage večja. Če npr. s 3 vojaki napadamo 3 vojake, je verjetnost zmage 0.655, če pa napademo le z 2 vojakoma, tretjega pa v boj pošljemo šele ko enega izgubimo, je verjetnost za zmago samo 0.519. V tabeli vidimo, da se je pri manjšem številu vojakov bolje braniti, pri večjem številu pa dobi prednost napadalec (pri bitki 5 na 5 ima napadalec možnost za zmago 0.508, pri 10 na 10 pa že 0.568).

Zaključek

Določili smo najugodnejše možne premike za zmago igre, katere celine je najbolje zavzeti in kakšne lastnosti ima graf igralne plošče. S pomocjo računalniškega programa C++, smo analizirali, kako verjetno je, da posamezen napad uspe. Projekt vse to uspešno razišče, ter predstavi, da bi morebitnemu igralcu pomagal zmagati pri igri.

Viri

[1] Ana Oblak, *Teorija grafov* `http://www.zagar.ws/ana/grafi/index.html`; ogled dne, 22.8.2013

[2] `http://answers.unity3d.com/questions/289506/how-to-do-a-selectable-map.html?sort=oldes` 21.8.2013