

# 50 odtenkov svetlobe

Evgenija Burger, Katharina Pavlin, Tamara Pogačar,  
Mentor: Žiga Krajnik



## Povzetek

Za vsakim dežjem posije sonce. Je pojav mavrice res tako preprost kot ta rek? Kakšna fizikalno-matematična razlaga se skriva za tem naravnim pojavom? Je drugi mavrični lok mit ali resnica? Preberite naš članek in veselili se boste dežja!

## 1 Snellov lomni zakon

Za razumevanje nastanka mavrice je potrebno poznavanje Snellovega lomnega zakona, saj se sončni žarki ob stiku s površjem kapljice lomijo. Snellov zakon opisuje lom svetlobe pri prehodu čez mejo dveh snovi z različnima lomnima količnikoma. To lahko opišemo z enačbo

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (1)$$

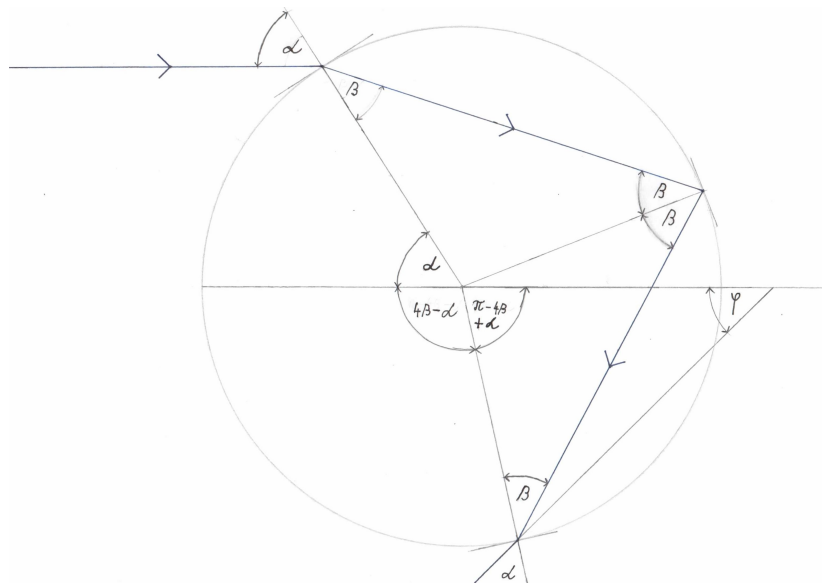
kjer sta  $\alpha$  in  $\beta$  kota ob normalni,  $n_1$  in  $n_2$  pa lomna količnika snovi. Del svetlobe se pri tem tudi zrcalno odbije pod kotom  $\alpha$ . Ko svetloba prehaja iz optično redkejšje v optično gostejšo snov, torej kadar je  $n_2 > n_1$ , velja  $\alpha > \beta$ .

## 2 Prvi lok

Mavrica nastane zaradi lomljenja svetlobe znotraj dežnih kapljic. Zaradi enostavnosti predpostavimo, da so dežne kapljice popolne krogle, kar bomo v nadaljevanju utemeljili.

Sončno svetlobo, ki pada na kapljico, tvorijo vzporedni žarki, saj je izvir svetlobe (Sonce) zelo oddaljen.

Vstopni kot sončnega žarka  $\alpha$  je večji od lomnega kota  $\beta$ , saj je voda optično gostejša od zraka. Žarek potuje znotraj dežne kapljice in se od njene notranjosti zrcalno odbije pod kotom  $\beta$  in za nastanek prvega loka mavrice izstopi že ob naslednjem stiku z njeno površino (pod kotom  $\alpha$ ). Za lažjo predstavo je v pomoč slika 1.



Slika 1: Odboj žarka v kapljici.

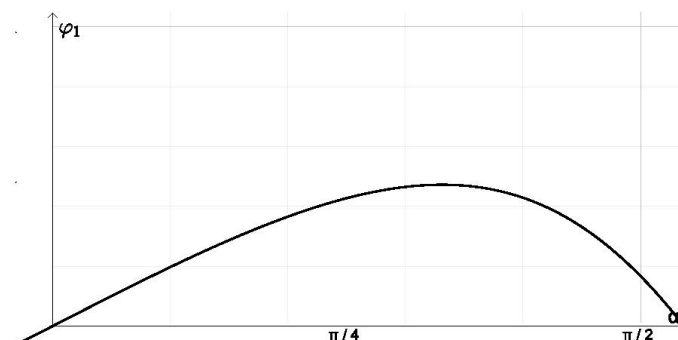
Poglejmo si kot  $\varphi_1$ , ki ga oklepata vstopni in izhodiščni žarek. Velikost kota  $\varphi_1$  lahko izrazimo s kotoma  $\alpha$  in  $\beta$  s pomočjo slike 1 kot

$$\varphi_1 = \pi - (\pi - 4\beta + \alpha + \alpha) = 4\beta - 2\alpha \quad (2)$$

$$\varphi_1 = 4 \arcsin \frac{\sin \alpha}{n} - 2\alpha, \quad (3)$$

pri čemer je  $n$  lomni količnik vode. Opazimo, da je  $\varphi_1$  liha funkcija kota  $\alpha$ , kar je posledica dejstva, da je lom žarka na zgornji in spodnji polobli kapljice do predznaka ekvivalenten. Dovolj je, da obravnavamo le vpadne žarke na zgornjo poloblo.

Poglejmo si odvisnost izhodnega kota  $\varphi_1$  od vpadnega kota  $\alpha$ , ki je prikazana na sliki 2.



Slika 2: Odvisnost kota  $\varphi_1$  od vpadnega kota  $\alpha$ .

Žarki vstopajo v dežno kapljico pod koti  $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ . Opazimo, da ima funkcija na sliki 2 maksimum, kar pomeni, da bodo žarki izhajali iz kapljice pod koti  $\varphi_1 \in (-\varphi_1^{max}, \varphi_1^{max})$ . Pri tem moramo upoštevati tudi dejstvo, da je kapljica sferno simetrična, zaradi česar so vsi preseki skozi središče kapljice enaki, žarki pa bodo izstopali v obliki stožca. Maksimalen kot  $\varphi_1^{max}$  dobimo z odvajanjem enačbe (3). Znano je, da ima funkcija ekstrem tam, kjer je odvod funkcije enak 0, torej iz

$$\frac{d\varphi_1}{d\alpha} = \frac{4 \cos \alpha}{n \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}} - 2 = 0, \quad (4)$$

sledi zveza

$$\cos^2 \alpha^{max} = \frac{n^2 - 1}{3}. \quad (5)$$

Razvidno je, da bo velikost mejnega kota  $\alpha^{max}$  (in posledično tudi kota  $\varphi_1^{max}$ ) odvisna od velikosti lomnega količnika  $n$ .

Lomni količnik vode je odvisen od valovne dolžine svetlobe. Bela svetloba vsebuje cel vidni spekter. V tabeli 1 so prikazane vrednosti lomnega količnika  $n$  pri različnih valovnih dolžinah vidne svetlobe in barve te svetlobe. Z uporabo enačb (3) in (5) lahko za vsako barvo svetlobe izračunamo mejni kot  $\varphi_1^{max}$ .

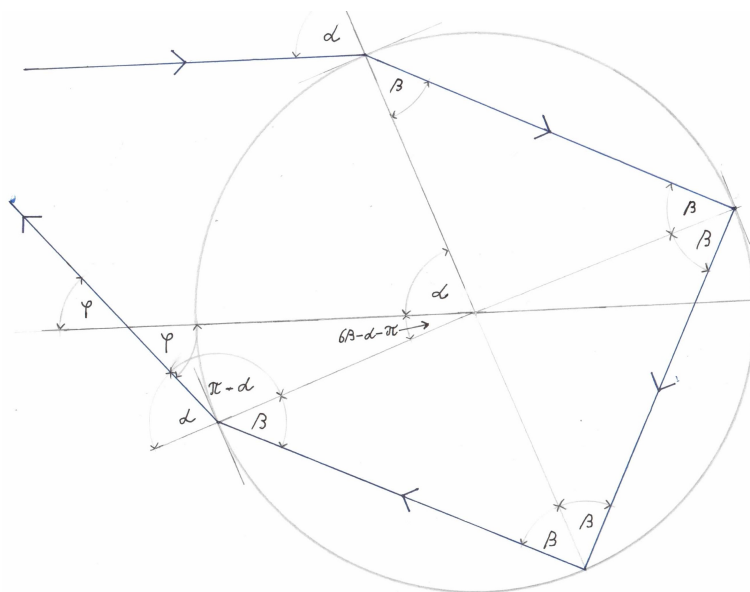
### 3 Drugi lok

Ko se dežne kaplje nahajajo dovolj visoko in jih hkrati osvetljujejo sončni žarki, lahko nad prvim lokom mavrice opazimo tudi drugega,

barva svetlobe	$\lambda$ [nm]	$n_{H_2O}$	$\varphi_1^{max}$ [°]	$\varphi_2^{min}$ [°]
modra	450	1,3406	41,0	52,9
zelena	525	1,3366	41,6	51,8
rumena	575	1,3347	41,8	51,3
rdeča	650	1,3326	42,1	50,8

Tabela 1: Vrednosti lomnih količnikov in mejnih kotov za prvi in drugi lok mavrice pri različnih valovnih dolžinah svetlobe.

ki nastane kot posledica dvojnega odboja v dežni kapljici. Pri vsakem odboju se nekaj svetlobe izgubi, zato je drugi lok v primerjavi s prvim manj intenziven. Podobno kot smo z lomljenjem svetlobe v dežnih kapljah razložili pojav prvega loka, lahko razložimo tudi nastanek drugega.



Slika 3: Potek žarka v kapljici pri dvojnem odboju.

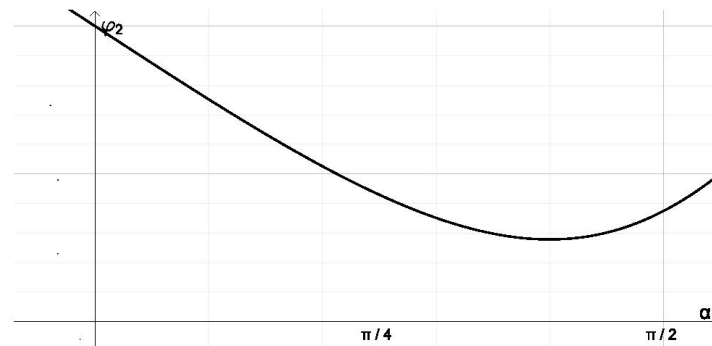
Na sliki 3 vidimo lom svetlobnega žarka na površini kapljice. Žarek vstopa v kapljico pod vpadnim kotom  $\alpha$  in se lomi pod kotom  $\beta$ . Znotraj dežne kapljice se del svetlobnih žarkov dvakrat zrcalno odbije pod kotom  $\beta$ . Izhodni žarek površino kapljice zapusti pod izhodnim kotom  $\alpha$ . Zanima nas kot  $\varphi_2$ , ki nam pove smer potovanja svetlobe, ko zapusti kapljico. Ker imajo barve svetlobe različne lomne količnike, se spreminjaj tudi kot  $\varphi_2$ . Izrazili smo ga v odvisnosti od vpadnega

kota  $\alpha$  kot

$$\varphi_2 = \pi + 2\alpha - 6\beta = \pi + 2\alpha - 6 \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right), \quad (6)$$

pri čemer je  $n$  lomni količnik vode.

Poglejmo si graf odvisnosti  $\varphi_2$  od vpadnega kota  $\alpha$ .



Slika 4: Odvisnost kota  $\varphi_2$  od vpadnega kota  $\alpha$ .

Z grafa na sliki 4 razberemo, da ima  $\varphi_2$  minimum. Svetloba vstopa v kapljico na intervalu  $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ , zato so neosvetljeni koti  $\varphi_2 \in (-\varphi_2^{min}, \varphi_2^{min})$ .

Za izračun  $\varphi_2^{min}$  smo odvod enačbe (6) izenačili z 0 in izračunali odvisnost  $\alpha^{min}$  od lomnega količnika  $n$  kot

$$\frac{d\varphi_2}{d\alpha} = 2 - 6 \frac{\cos \alpha}{n \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}} = 0, \quad (7)$$

iz česar sledi

$$\cos^2 \alpha^{min} = \frac{n^2 - 1}{8}. \quad (8)$$

To nam je omogočilo, da smo lahko izračunali  $\varphi_2^{min}$  za izbrane barve svetlobe, kar je prikazano v tabeli 1, iz katere je razvidno, da so barve v drugem loku mavrice razporejene v obratnem vrstnem redu kot v prvem.

## 4 Kdaj vidimo mavrico?

Da vidimo mavrico, mora biti izpoljenih nekaj pogojev. Znano je, da mavrico vidimo npr. v deževnem vremenu, kadar sonce ni zakrito z oblaki in so med nami in mavrico dežne kapljice. Takrat se mavrica

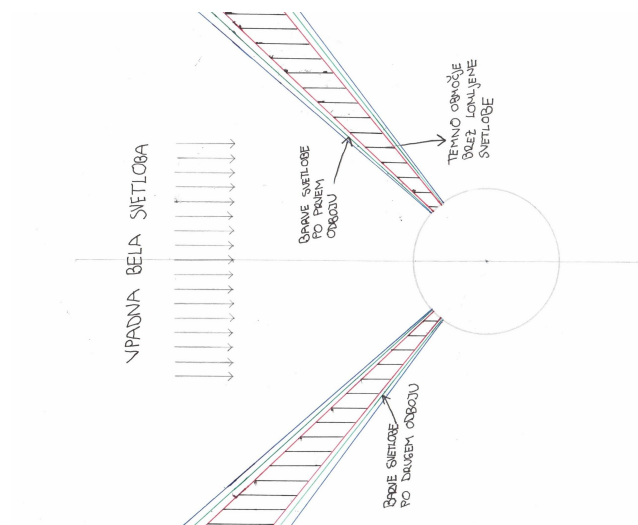
vselej pojavi na nasprotni strani sonca, tako da mi stojimo točno med mavrico in soncem.

Dobro je vedeti, kje sploh iskati mavrico. Najprej poiščemo zveznico med soncem, našimi očmi in vrhom naše sence. Ko vemo, kje poteka ta zveznica, pogledamo v smeri vrha naše sence. Z dvigovanjem pogleda najprej vidimo belo svetlobo, ki se je lomila skozi dežno kapljico. Pogled dvigujemo, dokler ne pridemo do najmanjšega mejnega kota (za vijolično barvo). Tedaj bomo opazili zgolj vijolični lok mavrice, pri katerem bo barva zelo jasna in se še ne bo prelivala. Če pogledamo višje, vidimo vedno več barv mavrice, a ob previsokem pogledu (kot med zveznico in našim pogledom je večji od  $\varphi_{rdeca}^{max}$ ), prvega loka mavrice ne bomo več videli.

Do sedaj smo obravnavali lomljenje svetlobe skozi dežno kapljico le v ravnini skozi središče dežne kapljice. Iz opazovanj vemo, da je mavrica rotacijsko simetrična okoli zveznice. Takšno obliko ima zaradi oblike kapljice, skozi katero se svetloba lomi. Vidimo del stožca svetlobe, ki izhaja iz kapljice, iz česar lahko sklepamo, da je tudi kapljica sferično simetrična, kar upraviči našo začetno predpostavko o okroglosti kapljice.

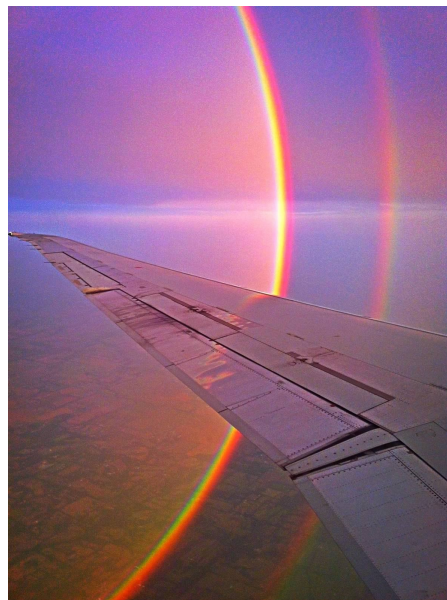
## 5 Oba loka

Vso predhodno privzeto znanje nam omogoča, da si ogledamo, kako je videti celotna mavrica. Z dvigovanjem pogleda od Zemlje proti nebu najprej vidimo belo svetlobo, zaradi katere je nebo znotraj prvega loka svetlejša, kot bi bilo sicer. Ko presežemo najmanjši mejni kot  $\varphi_1^{max}$ , bomo videli rob prvega mavričnega loka. Nad tem lokom bomo opazili mnogo temnejši pas, saj se v slednjega ne lomi niti svetloba prvega, niti drugega mavričnega loka, kar lahko pojasnimo s pomočjo  $\varphi_1^{max}$  in  $\varphi_2^{min}$ . Ko bomo dosegli najmanjši mejni kot  $\varphi_2^{min}$ , bomo videli spodnji rob drugega loka mavrice. Nad drugim lokom mavrice pa opazimo, da je nebo sicer temnejše od tistega pod prvim mavričnim lokom, a še vedno svetlejši od pasu med lokoma. Ob primerjavi prvega in drugega loka mavrice opazimo, da je prvi lok mnogo svetlejši od drugega. Zanimivo je, da ima prvi lok mavrice barve razporejene od vijolične, modre, zelene, rumene, oranžne in vse do rdeče barve, medtem ko ima drugi lok barve razporejene v nasprotnem vrstem redu, kar je razvidno iz slike (5).



Slika 5: Lomljenje svetlobe iz kapljice.

Pričakovali bi, da bomo videli celoten mavrični krog, saj je kapljica sferno simetrična in lomi svetlobo v vse smeri. A ker središče mavrice leži nekje v daljavi na zveznici med soncem, našimi očmi in vrhom naše sence, lahko na Zemljinem površju vidimo zgolj zgornji del mavričnega loka. Če pogledamo sliko 6, opazimo, da je mogoče videti tudi celoten mavrični krog.



Slika 6: Pogled na dvojno mavrico z letala.

Ta pojav si je mogoče ustvariti tudi na domačem vrtu npr. s pomočjo zalivalne cevi, kar je vidno na sliki 7. Razlog, da vidimo celotni krog, je, da je sonce dovolj nizko za našim hrbtom in posledično je središče mavrice dovolj visoko nad tlemi. Na sliki 7 je vidno, da središče mavrice resnično leži na zveznici med soncem in vrhom naše sence. Če mavričnemu krogu določimo središče, opazimo, da leži točno na zveznici.



Slika 7: Pogled na mavrico.



## 6 Zaključek

V našem članku smo osvetlili fizikalno-matematično razlago nastanka mavrice. Ste vedeli, da drugi mavrični lok le ni zgolj mit in da mavrica ne nastane zgolj zaradi polnih loncev zlata? Kakor je bilo mogoče opaziti, se za tem pojavom skriva cel spekter zapletenih fizikalnih postopkov. Ko boste naslednjič opazovali mavrico, smo prepričani, da boste iskali drugi mavrični lok, razlike v osvetljenosti neba in preverjali osvojeno znanje o mavrici.

## Literatura

- [1] <https://www.pinterest.com/pin/406942516305601696/?lp=true> [ogled 16. 8. 2017]
- [2] *The Hidden Beauty of Rainbows*: Walter Lewin, dostopno na <https://www.youtube.com/watch?v=iKUSWJWMSk4> [ogled 16. 8. 2017]
- [3] <https://atoptics.wordpress.com/tag/full-circle-rainbow/> [ogled 16. 8. 2017]